

DIV 101 - Soutien en Mathématiques

Livret d'exercices IV - Polynômes

Exercice I

Déterminez les éléments caractéristiques de la parabole \mathcal{P} représentative de la fonction f définie par $f(x) = -x^2 + 3x + 4$, puis tracez \mathcal{P} à main levée.

Exercice II

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} (E_1) : x^2 - 4x - 5 = 0 & \quad (E_2) : 2x^2 - 5x - 12 = 0 & \quad (E_3) : x^2 = -x + 1 \\ (E_4) : x^2 + 2x - 2 = 0 & \quad (E_5) : x^3 - 4x^2 - 5x = 0 & \quad (E_6) : x^4 + 3x^2 - 4 = 0 \\ (I_1) : x^2 + 2x - 3 \leq 0 & \quad (I_2) : -2x^2 - 7x + 4 > 0 & \quad (I_3) : \frac{2x + 3}{x^2 - x - 6} \leq 0 \end{aligned}$$

Exercice III

Soient $P(X) = X^2 - 3X + 2$ et $Q(X) = 2X^3 - 5X^2$.
Calculer $(P + Q)(X)$, $2XP(X) - Q(X)$ et $(P \cdot Q)(X)$.

Exercice IV

Effectuer la division euclidienne de $A(x)$ par $B(x)$:

1. $A(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ et $B(x) = x + 1$
2. $A(x) = x^3 + 2x^2 + 3$ et $B(x) = x^2 - x - 1$
3. $A(x) = x^3 - 4x + 5$ et $B(x) = x^2 - 3x + 2$
4. $A(x) = x^4 + x^3 - x^2 - x + 1$ et $B(x) = x^2 - 4x + 1$
5. $A(x) = x^4 - 3x^2 + 6$ et $B(x) = x^3 - 5x^2 + x - 6$

Exercice V

Effectuer la division euclidienne de $A(x) = 6x^2 + x - 3$ et $B(x) = 3x - 1$.

En déduire qu'il existe trois réels a , b et c tels que $\frac{6x^2 + x - 3}{3x - 1} = ax + b + \frac{c}{3x - 1}$

Exercice VI

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\begin{aligned} (E_1) : 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3 = 0 & \quad (E_2) : 25x^3 + 50x^2 - x - 2 = 0 \\ (E_3) : 2x^3 - 15x^2 + 36x = 27 & \quad (E_4) : 5x^2 + 4x - 3 = 2x^3 \end{aligned}$$