

UNIVERSITE DE CERGY PONTOISE
LICENCE D'ECONOMIE 2^{ème} année
ANALYSE STATISTIQUE
Examen 2^{ème} session 2014
durée : 2h
Enseignant responsable: ANDRIANASITERA

Exercice1(5pts)

Une compagnie d'assurance A assure 1000 voitures neuves contre le vol pour l'année 2014. On admet que chaque voiture assurée a une probabilité $p=0.01$ d'être volée au cours de l'année 2014.

Chaque voiture est assurée pour une somme de 2000€. La compagnie réglera 2000€ à la fin de l'année 2014 à chaque propriétaire d'une voiture victime d'un vol au cours de l'année 2014.

Soit X la v. a représentant le nombre de voitures volées parmi les 1000 assurées par la compagnie A.

1) Expliciter la loi de X en justifiant vos résultats

Justifier que l'on peut approximer la loi de X par une loi normale dont on déterminera les paramètres.

2) Quelle est la somme que la compagnie doit avoir en caisse, en fin 2014, pour couvrir les dédommagements avec une probabilité de 0.990 ?

Exercice2(10pts)

Une machine fabrique des pièces métalliques dont le diamètre X est légèrement fluctuant d'une pièce à l'autre. On considère, en première approximation, que le diamètre en cm, des pièces produites par la machine suit une loi normale

$N(m, \sigma)$

Afin d'estimer la moyenne et la variance théoriques, un échantillon aléatoire de 30 pièces est prélevé dans la production journalière de la machine. On trouve un diamètre moyen $\bar{x}_{30} = 4.3cm$ pour les 30 pièces de l'échantillon et

$$\sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 556$$

Première partie :

1) A partir de la densité de probabilité de X: $f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$

proposer, par la méthode du maximum de vraisemblance, un estimateur sans biais du paramètre m.

2) Donner les propriétés de cet estimateur.

3) Proposer un estimateur sans biais de la variance

Deuxième partie .

1) Construire un intervalle de confiance de seuil $\alpha = 0.05$ pour m

2) Même question pour σ^2

Exercice3(5pts)

Les salaires des cadres moyens exprimés en indices , suivent approximativement une loi normale de moyenne et d'écart type inconnus.

On choisit un échantillon de 26 indices de salaires pour le test suivant :

$$H_0 : \sigma = 20$$

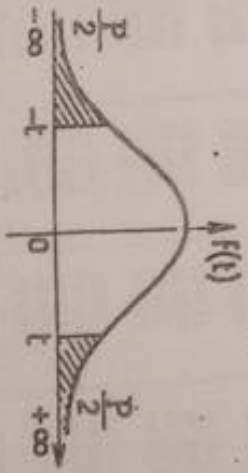
$$H_1 : \sigma > 20$$

La variance corrigée de l'échantillon $s_n^2 = (25)^2$,

- 1) Déterminer la forme de la région critique en précisant la statistique utilisée
- 2) Déterminer cette région critique quand on fixe le risque de première espèce α égal à 5%.
- 3) Définir la règle de décision et conclure au vu de l'échantillon.

TABLE DE DISTRIBUTION DE LA LOI DE STUDENT

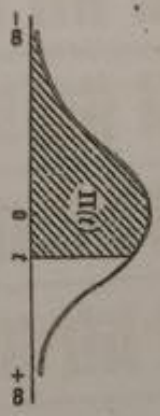
Valeurs de t ayant la probabilité P d'être dépassées en valeur absolue



$P(|T| > t) = P$

P	0,80	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,138	0,232	0,310	0,377	0,433	0,478	0,519	0,558	0,595	0,631	0,658	0,683	0,706
2	0,137	0,230	0,308	0,375	0,431	0,476	0,517	0,556	0,593	0,629	0,656	0,681	0,704
3	0,137	0,228	0,306	0,373	0,429	0,474	0,515	0,554	0,591	0,627	0,654	0,679	0,702
4	0,136	0,226	0,304	0,371	0,427	0,472	0,513	0,552	0,589	0,625	0,652	0,677	0,700
5	0,135	0,224	0,302	0,369	0,425	0,470	0,511	0,550	0,587	0,623	0,650	0,675	0,698
6	0,134	0,222	0,300	0,367	0,423	0,468	0,509	0,548	0,585	0,621	0,648	0,673	0,696
7	0,133	0,220	0,298	0,365	0,421	0,466	0,507	0,546	0,583	0,619	0,646	0,671	0,694
8	0,132	0,218	0,296	0,363	0,419	0,464	0,505	0,544	0,581	0,617	0,644	0,669	0,692
9	0,131	0,216	0,294	0,361	0,417	0,462	0,503	0,542	0,579	0,615	0,642	0,667	0,690
10	0,130	0,214	0,292	0,359	0,415	0,460	0,501	0,540	0,577	0,613	0,640	0,665	0,688
11	0,129	0,212	0,290	0,357	0,413	0,458	0,499	0,538	0,575	0,611	0,638	0,663	0,686
12	0,128	0,210	0,288	0,355	0,411	0,456	0,497	0,536	0,573	0,609	0,636	0,661	0,684
13	0,127	0,208	0,286	0,353	0,409	0,454	0,495	0,534	0,571	0,607	0,634	0,659	0,682
14	0,126	0,206	0,284	0,351	0,407	0,452	0,493	0,532	0,569	0,605	0,632	0,657	0,680
15	0,125	0,204	0,282	0,349	0,405	0,450	0,491	0,530	0,567	0,603	0,630	0,655	0,678
16	0,124	0,202	0,280	0,347	0,403	0,448	0,489	0,528	0,565	0,601	0,628	0,653	0,676
17	0,123	0,200	0,278	0,345	0,401	0,446	0,487	0,526	0,563	0,599	0,626	0,651	0,674
18	0,122	0,198	0,276	0,343	0,399	0,444	0,485	0,524	0,561	0,597	0,624	0,649	0,672
19	0,121	0,196	0,274	0,341	0,397	0,442	0,483	0,522	0,559	0,595	0,622	0,647	0,670
20	0,120	0,194	0,272	0,339	0,395	0,440	0,481	0,520	0,557	0,593	0,620	0,645	0,668
21	0,119	0,192	0,270	0,337	0,393	0,438	0,479	0,518	0,555	0,591	0,618	0,643	0,666
22	0,118	0,190	0,268	0,335	0,391	0,436	0,477	0,516	0,553	0,589	0,616	0,641	0,664
23	0,117	0,188	0,266	0,333	0,389	0,434	0,475	0,514	0,551	0,587	0,614	0,639	0,662
24	0,116	0,186	0,264	0,331	0,387	0,432	0,473	0,512	0,549	0,585	0,612	0,637	0,660
25	0,115	0,184	0,262	0,329	0,385	0,430	0,471	0,510	0,547	0,583	0,610	0,635	0,658
26	0,114	0,182	0,260	0,327	0,383	0,428	0,469	0,508	0,545	0,581	0,608	0,633	0,656
27	0,113	0,180	0,258	0,325	0,381	0,426	0,467	0,506	0,543	0,579	0,606	0,631	0,654
28	0,112	0,178	0,256	0,323	0,379	0,424	0,465	0,504	0,541	0,577	0,604	0,629	0,652
29	0,111	0,176	0,254	0,321	0,377	0,422	0,463	0,502	0,539	0,575	0,602	0,627	0,650
30	0,110	0,174	0,252	0,319	0,375	0,420	0,461	0,500	0,537	0,573	0,600	0,625	0,648
40	0,108	0,170	0,248	0,315	0,371	0,416	0,457	0,496	0,533	0,569	0,596	0,621	0,644
50	0,106	0,166	0,244	0,311	0,367	0,412	0,453	0,492	0,529	0,565	0,592	0,617	0,640
100	0,102	0,160	0,238	0,307	0,363	0,408	0,449	0,488	0,525	0,561	0,588	0,613	0,636
∞	0,100	0,158	0,235	0,305	0,361	0,406	0,447	0,486	0,523	0,559	0,586	0,611	0,634

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTÉGRALE DE LA LOI NORMALE CENTRÉE, RÉDITE (N(0, 1))



$\Phi(t) = P\{T < t\}$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5518	0,5558	0,5598	0,5638	0,5678	0,5718	0,5758
0,2	0,5798	0,5838	0,5878	0,5918	0,5958	0,5998	0,6038	0,6078	0,6118	0,6158
0,3	0,6179	0,6219	0,6259	0,6299	0,6339	0,6379	0,6419	0,6459	0,6499	0,6539
0,4	0,6554	0,6594	0,6634	0,6674	0,6714	0,6754	0,6794	0,6834	0,6874	0,6914
0,5	0,6915	0,6955	0,6995	0,7035	0,7075	0,7115	0,7155	0,7195	0,7235	0,7275
0,6	0,7276	0,7316	0,7356	0,7396	0,7436	0,7476	0,7516	0,7556	0,7596	0,7636
0,7	0,7637	0,7677	0,7717	0,7757	0,7797	0,7837	0,7877	0,7917	0,7957	0,7997
0,8	0,7998	0,8038	0,8078	0,8118	0,8158	0,8198	0,8238	0,8278	0,8318	0,8358
0,9	0,8359	0,8399	0,8439	0,8479	0,8519	0,8559	0,8599	0,8639	0,8679	0,8719
1,0	0,8743	0,8783	0,8823	0,8863	0,8903	0,8943	0,8983	0,9023	0,9063	0,9103
1,1	0,9124	0,9164	0,9204	0,9244	0,9284	0,9324	0,9364	0,9404	0,9444	0,9484
1,2	0,9505	0,9545	0,9585	0,9625	0,9665	0,9705	0,9745	0,9785	0,9825	0,9865
1,3	0,9886	0,9926	0,9966	0,9986	0,9996	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,4	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,5	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,6	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
1,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,0	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,1	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,2	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,3	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,4	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,5	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,6	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Phi(t)$	0,99865	0,99894	0,99913	0,99931	0,99949	0,99966	0,99981	0,99994	0,99999	0,99999

Nota. — La table donne les valeurs de $\Phi(t)$ pour t positif. Lorsque t est négatif il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.
 Exemple : pour t = -1,37 $\Phi(-1,37) = 1 - \Phi(1,37) = 1 - 0,9147 = 0,0853$

