

Durée : 1h30. La calculatrice est autorisée, les documents ne sont pas autorisés. Toute réponse doit être justifiée, les calculs devront être présentés et rédigés, tout résultat non justifié ne sera pas pris en compte ; il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.

Exercice 1 Une entreprise qui fabrique des petits électroménagers pour la cuisine vend des grille-pain de qualité moyenne (mesurée par le nombre 15 sur une échelle numérique connue) à 40 euros la pièce. Elle dispose de deux variables de décision pour influencer le volume V de ses ventes de grille-pain et sa marge bénéficiaire par grille-pain M : le prix d'un grille-pain (noté p) et la qualité de l'électroménager (notée q).

4 Si le prix d'un grille-pain passe de p à $p + a$ (à qualité inchangée), les ventes diminuent globalement de $2a$ unités et la marge unitaire augmente de a . Si la qualité d'un grille-pain passe de q à $q + b$ (à prix inchangé), les ventes augmentent de $0,5b$ unités et la marge unitaire baisse de b . Déterminez la stratégie qui permet de vendre 10 grille-pain de plus sans affecter la marge unitaire.

C115 écriture système + 1,5 résolution système + 1 formulation réponse

Exercice 2 La même entreprise fabriquant des électroménagers vend ses produits dans cinq magasins différents. Elle a en stock 10 mini-fours f , 15 grille-pain g , 9 bouilloires b , et 12 fours micro-ondes m dans le magasin 1 ; 20 f , 14 g , 8 b et 5 m dans le magasin 2 ; 16 f , 8 g , 15 b et 6 m dans le magasin 3 ; 25 f , 15 g , 7 b et 16 m dans le magasin 4 ; 5 f , 12 g , 20 b , 18 m dans le magasin 5.

- 1 a) Exprimez les stocks existants sous forme d'une matrice S_0 .
- 1 b) L'entreprise effectue les livraisons D (matrice en bas à gauche) aux magasins : donnez la nouvelle matrice S_1 des stocks après la livraison
- 1 c) Un état mensuel des ventes E de la société révèle que

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & 9 & 6 & 1 \\ 5 & 7 & 2 & 6 \\ 12 & 2 & 4 & 8 \\ 9 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 6 & 9 \\ 10 & 11 & 8 & 3 \\ 15 & 6 & 9 & 7 \\ 21 & 14 & 5 & 18 \\ 6 & 11 & 13 & 9 \end{pmatrix}.$$

Quel niveau ont les stocks en fin de mois ? Donnez la réponse sous forme d'une nouvelle matrice S_2

- 1 d) Le prix d'un mini-four est fixé à 60 euros, celui d'un grille-pain à 40 euros, celui d'une bouilloire à 25 euros, celui d'un micro-ondes à 90 euros. Calculez la valeur du stock des cinq magasins à la fin du mois (c.-à-d. par rapport à S_2).
- 1 e) L'entreprise décide de solder tous les produits présents dans les cinq magasins (à la fin du mois, comme à la question précédente) avec un rabais de 20% pour les mini-fours, de 10% pour les grille-pain et les bouilloires, et de 15% pour les micro-ondes. Calculez la valeur du stock au prix des soldes.

4 et 5

Exercice 3 Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 0 \\ x - y = 0 \\ x + 4y + z = 0 \end{cases}$$

- 5 { 3 a) Déterminez l'ensemble des solutions de ce système. Combien sont-elles ? (2 résolution + 1 forme de l'ensemble des sol. et son infinité)
 1 b) Écrivez la matrice A des coefficients du système, puis précisez son rang.
 1 c) la matrice A est-elle inversible ? Dans ce cas, calculez son inverse.

Exercice 4

	Sect. 1	Sect. 2	Production totale	Demande finale
Sect. 1	2	4		4
Sect. 2	5	6		9
valeur ajoutée				

Une entreprise possède deux secteurs de production. Le tableau d'input-output pour l'année en cours, exprimé en millions d'euros, est donné ci-dessus.

1,5 a) Copiez ce tableau dans votre copie et complétez-le en calculant, pour chaque secteur, sa production totale et sa valeur ajoutée.

1 b) Déduisez la matrice des coefficients techniques.

On suppose que la structure de l'entreprise ne change pas d'une année à l'autre, en particulier la matrice des coefficients techniques reste inchangée. Pour l'année suivante :

1,5 c) Si l'entreprise décide d'augmenter la production du Secteur 1 de 2 millions d'euros, et de diminuer celle du secteur 2 de 1 million d'euros, quelle demande finale de consommation pourra être satisfaite ?

2 d) L'entreprise prévoit que la demande finale augmentera, par rapport à l'année en cours, de 2 millions d'euros pour le secteur 1, et qu'elle diminuera de 1 million d'euros pour le secteur 2. Quelle est le niveau de production totale qui permet de satisfaire à cette demande ?

6

Exercice 5 Considérons la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

1 a) Quel est le rang de la matrice A ?

2,5 b) La matrice A est-elle inversible ? Dans ce cas, calculez son inverse.

1,5 c) Déduisez-en les solutions des systèmes suivants :

5

$$\begin{cases} -x - z = 1 \\ 2x + z = 0 \\ x + y + 3z = -1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} -x - z = 0 \\ 2x + z = 1 \\ x + y + 3z = 2 \end{cases}$$

Tot. général 25