

Durée : 2h
Documents interdits
Calculatrice non alphanumérique autorisée
La propreté compte (3 points)!

Examen terminal du lundi 16 juin 2014

Exercice 1 (5 points)

Jo gagne sa vie en vendant des billets de loterie. Supposons qu'il en vende à trois agents: Jean, Geoffrey et Paul. Les trois agents ont les fonctions d'utilité suivantes pour les sommes pouvant être gagnées à l'issue des loteries.

Sommes	Fonctions d'utilité		
	Jean	Geoffrey	Paul
0 euros	0	0	0
500 euros	500	1250	700
1000 euros	1000	1800	1260
1500 euros	1500	2250	1400
2000 euros	2000	2400	1400
3000 euros	3000	2500	1400

Dans ce tableau la colonne de gauche indique les sommes mises en jeu et chaque colonne de droite donne l'utilité de ces sommes pour chacun des trois agents.

1/ Si la première loterie offre 50% de chances de gagner 3000 euros et 50% de chances de ne rien gagner (0 euro), quel est le montant maximum que chacun des trois agents est disposé à payer pour participer à cette loterie? (2 points)

2/ Jo veut vendre aux trois agents une assurance pour leur voiture. Chaque voiture à une valeur courante de 3000 euros. Mais cette valeur peut tomber à zéro en cas d'accident. Il y a 90% de chances qu'il n'y ait pas d'accident et 10% de chances qu'il y en ait. Combien chaque agent est disposé à payer pour assurer sa voiture? (3 points)

Exercice 2 (12 points)

Un individu dont la richesse est initialement égale à w_0 fait face à un risque de perte d'un montant égal à L en cas d'accident, avec $L < w_0$. Un accident se produit avec probabilité π . Cet individu peut souscrire un police d'assurance qui prévoit le versement d'une indemnité I en cas d'accident. On appelle *prime actuarielle* le montant de la prime égale à l'espérance mathématique de l'indemnité versée. La prime effective de la police d'assurance est notée P et elle est calculée en majorant la prime actuarielle d'un taux de marge σ appelé *taux de chargement* dans la terminologie des assureurs.

1/ Ecrire la formule de la prime actuarielle (1 point), puis celle de P en fonction de σ et I (1 point).

2/ L'individu choisit son contrat d'assurance afin de maximiser son espérance d'utilité de sa richesse finale $E[U(w_f)]$, où w_f désigne sa richesse finale. On considère que $U(w) = -e^{-\alpha w}$ avec $\alpha > 0$. Quelle prime maximale P serait-il prêt à payer pour une couverture totale, c'est-à-dire pour une police telle que $I = L$, si la seule alternative possible était de ne pas s'assurer? (1 point)

Comment varie cette prime maximale acceptable avec w_0 ? (1 point) Pouvez-vous expliquer avec les éléments du cours pourquoi il en est ainsi? (1 point)

3/ Calculez la demande d'assurance I_1 de l'individu s'il peut choisir librement le taux de couverture, la prime étant fixée comme indiquée en 2/. Commentez le résultat obtenu (7 points).