

Econométrie et Applications

2ème session

2012-13

La durée de l'examen est fixée à 2h00. Vous devez répondre aux questions dans l'ordre de l'énoncé. Chaque question nécessite une réponse concise et précise. Une courte explication est généralement nécessaire. Si possible, la notation adoptée au cours doit être utilisée. L'examen est évalué sur 20 points.

1. [5 points] Vrai ou faux. Une justification est toujours nécessaire. Certaines questions méritent une réponse nuancée.

- Si le R_k^2 (obtenu en régressant la variable x_k sur l'ensemble des autres variables explicatives) est égal à 1, alors il n'est pas possible de calculer les estimateurs des MCO.
- L'estimateur des MCO a la plus petite variance dans la classe des estimateurs linéaires non biaisés.
- Dans le modèle de régression linéaire simple, la somme du produit de la variable expliquée et du résidu est toujours égale à zéro: $\sum_{i=1}^N y_i \hat{u}_i = 0$.
- Le test de Brausch-Pagan est un test d'hétéroscédasticité.
- Les estimateurs des MCO sont biaisés si les termes d'erreur sont hétéroscédastiques.

3. [4,5 points] Considérez la relation suivante entre le logarithme du salaire et différentes variables explicatives :

$$\log(\text{sal}) = 0,284 + 0,092 \cdot \text{educ} + 0,0041 \cdot \text{exper} - 0,0003 \cdot \text{exper}^2 + 0,022 \cdot \text{anc}$$

(0,104) (0,007) (0,0017) (0,0007)

(0,003)

$$N = 1526, R^2 = 0,316$$

où educ désigne le niveau d'éducation en années, exper l'expérience en années et anc l'ancienneté en années. On suppose que les hypothèses classiques sont satisfaites.

1. Testez l'hypothèse que $\beta_{\text{exper}^2} = 0$ (au seuil habituel de 5%) sous l'hypothèse alternative que $\beta_{\text{exper}^2} < 0$. Expliquez la démarche.
 2. Testez l'hypothèse que $\beta_{\text{educ}} = 0,1$ (au seuil habituel de 5%) sous l'hypothèse alternative que $\beta_{\text{educ}} \neq 0,1$. Expliquez la démarche.
 3. Supposez que l'on calcule la statistique de Fisher permettant de tester l'hypothèse $\beta_{\text{exper}} = \beta_{\text{exper}^2} = 0$. Celle-ci s'élève à 10,3. Quelle est la valeur du R^2 du modèle contraint correspondant?
4. [3 points] Considérez les deux modèles suivants (estimés sur des données individuelles) qui expliquent la durée du sommeil mesuré en heures (repos) en fonction de diverses variables :

$$\widehat{\text{repos}} = 3.638,25 - 0,148 \cdot \text{htrav} - 11,13 \cdot \text{educ} + 2,20 \cdot \text{age} \quad (1)$$

(112,28)
(0,017)
(5,88)
(1,32)

$$n = 45, \quad R^2 = 0.143$$

$$\widehat{\text{repos}} = 3.586,38 - 0,151 \cdot \text{htrav} \quad (2)$$

(38,91)
(0,017)

$$n = 45, \quad R^2 = 0.103$$

où htrav désigne le nombre d'heures de travail hebdomadaire, educ le niveau d'éducation en années et age l'âge en années. On suppose que les hypothèses classiques sont satisfaites.

1. Testez l'hypothèse que $\beta_{\text{educ}} = \beta_{\text{age}} = 0$ contre l'hypothèse alternative $\beta_{\text{educ}} \neq 0$ et/ou $\beta_{\text{age}} \neq 0$ en utilisant un seuil de signification de 5%.
 2. Considérez une personne de 20 ans, ayant fait 12 années d'étude et ne travaillant pas. Quelles seront les heures de repos prédites pour cet individu par les deux modèles? Quelle est, selon vous, la plus précise de ces deux prédictions?
5. [2,5 points] Décrivez les différentes étapes permettant d'estimer une relation par les moindres carrés généralisés faisables (en présence d'hétéroscédasticité).

2. [5 points] Vous désirez estimer le modèle suivant:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u,$$

où y et x sont deux variables quelconques. L'échantillon de 8 observations dont vous disposez est décrit dans les colonnes (1) et (2) du tableau ci-dessous.

N	y	x	$y - \bar{y}$	$x - \bar{x}$	(3) × (3)	(4) × (4)	(3) × (4)
	(1)	(2)	(3)	(4)			
1	35	20	-5	-10	25	100	50
2	55	25	15	-5	225	25	-75
3	10	15	-30	-15	900	225	450
4	25	20	-15	-10	225	100	150
5	40	35	0	5	0	25	0
6	70	55	30	25	900	675	750
7	35	30	-5	0	25	25	0
8	50	40	10	10	100	100	100
Somme	320	240	0	0	2400	1275	1425
Moyenne	40	30	0	0	300	159,38	356,25

En utilisant les informations fournies par les autres colonnes de ce tableau, calculez:

1. L'estimateurs, $\hat{\beta}_1$, de la pente de la droite de régression.
2. L'estimateurs, $\hat{\beta}_0$, de la constante de la droite de régression.
3. L'estimateur de l'écart-type, $\hat{\sigma}^2$, de la régression (pour cela, il peut être nécessaire de calculer les résidus).
4. L'estimateur de la variance de $\hat{\beta}_1$.
5. Le R^2 et le \bar{R}^2 (c'est-à-dire le R^2 ajusté pour le nombre de variables) de la régression.

Critical Values of the t Distribution

df	2-tailed testing			1-tailed testing		
	••			••		
	0.1	0.05	0.01	0.1	0.05	0.01
5	2.015	2.571	4.032	1.476	2.015	3.365
6	1.943	2.447	3.707	1.440	1.943	3.143
7	1.895	2.365	3.499	1.415	1.895	2.998
8	1.860	2.306	3.355	1.397	1.860	2.896
9	1.833	2.262	3.250	1.383	1.833	2.821
10	1.812	2.228	3.169	1.372	1.812	2.764
11	1.796	2.201	3.106	1.363	1.796	2.718
12	1.782	2.179	3.055	1.356	1.782	2.681
13	1.771	2.160	3.012	1.350	1.771	2.650
14	1.761	2.145	2.977	1.345	1.761	2.624
15	1.753	2.131	2.947	1.341	1.753	2.602
16	1.746	2.120	2.921	1.337	1.746	2.583
17	1.740	2.110	2.898	1.333	1.740	2.567
18	1.734	2.101	2.878	1.330	1.734	2.552
19	1.729	2.093	2.861	1.328	1.729	2.539
20	1.725	2.086	2.845	1.325	1.725	2.528
21	1.721	2.080	2.831	1.323	1.721	2.51
22	1.717	2.074	2.819	1.321	1.717	2.50
23	1.714	2.069	2.807	1.319	1.714	2.50
24	1.711	2.064	2.797	1.318	1.711	2.49
25	1.708	2.060	2.787	1.316	1.708	2.485
26	1.706	2.056	2.779	1.315	1.706	2.479
27	1.703	2.052	2.771	1.314	1.703	2.473
28	1.701	2.048	2.763	1.313	1.701	2.467
29	1.699	2.045	2.756	1.311	1.699	2.462
30	1.697	2.042	2.750	1.310	1.697	2.457
40	1.684	2.021	2.704	1.303	1.684	2.423
50	1.676	2.009	2.678	1.299	1.676	2.403
60	1.671	2.000	2.660	1.296	1.671	2.390
80	1.664	1.990	2.639	1.292	1.664	2.374
100	1.660	1.984	2.626	1.290	1.660	2.364
120	1.658	1.980	2.617	1.289	1.658	2.358
••	1.645	1.960	2.576	1.282	1.645	2.327

Critical Values of the F Distribution
($\alpha = .05$)

df within	df between										
	1	2	3	4	5	6	7	8	12	24	∞
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.68	4.53	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.00	3.84	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.57	3.41	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.28	3.12	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.07	2.90	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	2.91	2.74	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.79	2.61	2.41
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.69	2.51	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.60	2.42	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.53	2.35	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.48	2.29	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.42	2.24	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.38	2.19	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.34	2.15	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.31	2.11	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.28	2.08	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.25	2.05	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.23	2.03	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.20	2.01	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.18	1.98	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.16	1.96	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.15	1.95	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.13	1.93	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.12	1.91	1.66
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.10	1.90	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.09	1.89	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.00	1.79	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	1.92	1.70	1.39
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	1.88	1.65	1.33
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.85	1.63	1.28
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.83	1.61	1.26
∞	3.84	3.00	2.61	2.37	2.22	2.10	2.01	1.94	1.75	1.52	1.00