

## Chapitre 7 – Coûts variables

### Entraînements complémentaires

#### Exercice 7.5\*\*\* Coûts variables et recherche du prix optimal

Vous étudiez l'activité du département « production de catalogues 3D pour les industriels » de la société Innographie. Le personnel de ce département comprend 70 salariés : 30 infographistes, 10 designers numériques et 30 personnes en charges des travaux administratifs et commerciaux.

Les comptes analytiques du département figurent dans l'annexe 1.

#### Travail à faire

1. Calculer, à partir des données de l'annexe 1, le résultat de l'exercice N en faisant apparaître la marge sur coût variable.
2. Quel serait le prix de vente moyen d'un catalogue 3D qui équilibrerait les comptes du département, en supposant que cette variation de prix n'aurait pas d'incidence sur la quantité vendue ?

Une étude des prix a été commandée à un cabinet conseil ; les résultats de cette étude figurent dans l'annexe 2

On considèrera qu'actuellement, les ventes sont de 500 projets par an, au prix moyen de 6 400 €, et que des gains de productivité permettent de ramener les charges d'exploitation à 2 600 € par projet.

#### Travail à faire

3. Compléter le tableau figurant dans l'annexe 3.
4. Quelle décision conseillez-vous au dirigeant ?

#### Annexe 1 - Comptes d'exploitation du département catalogues 3D

##### □ Ventes de l'exercice

500 projets ont été réalisés et vendus à un prix moyen de 6 400 €.

##### □ Charges opérationnelles de l'exercice N

- Charges de personnel : 30 000 € pour chaque infographiste ou designer ; ces charges sont considérées comme opérationnelles en raison de la possibilité de « basculer » le personnel dans une autre branche de l'entreprise.
- Fournitures (DVD, CD, etc..) : 16 000 €
- Frais d'intérim : 54 000 €
- Frais de sous-traitance : 74 000 €

##### □ Charges de structure

- Charges de personnel administratif et commercial : 1 676 000 € (y compris la rémunération de l'encadrement du département).
- Loyers versés : 300 000 €
- Coût d'usage du matériel informatique : 208 600 €
- Frais financier des emprunts : frais liés à l'emprunt de 300 000 € souscrit fin N-3 ; cet emprunt au taux de 5 %, est remboursable en 5 annuités par amortissement constant.
- Frais financiers de couverture du crédit client (facturés par la direction administrative de la société) : 24 000 €.

## Annexe 2 - Étude des conséquences d'une variation des prix

Les hypothèses portent sur une augmentation des prix de 5 %, 10 % ou 15 %. Nous n'avons qu'un seul concurrent sérieux. Il y a peu de chance que l'évolution de nos prix laisse indifférent ce concurrent.

	Variation de prix chez le concurrent				
	- 5 %	0 %	+ 5 %	+ 10 %	+ 15 %
Augmentation de nos prix de 5 %					
Probabilité de la réaction du concurrent	0,10	0,50	0,40		
Effet sur les quantités vendues par la société	-5 %	- 2 %	0 %		
Augmentation de nos prix de 10 %					
Probabilité de la réaction du concurrent	0,05	0,2	0,3	0,45	
Effet sur les quantités vendues par la société	- 10 %	- 5 %	- 2 %	0 %	
Augmentation de nos prix de 15%					
Probabilité de la réaction du concurrent		0,1	0,2	0,4	0,3
Effet sur les quantités vendues par la société		- 10 %	- 5 %	- 1 %	0 %

## Annexe 3 - Analyse des prix (tableau à compléter)

	Variation de prix chez le concurrent					Espérance de M/CV
	- 5 %	0 %	+ 5 %	+ 10 %	+ 15 %	
Augmentation de 5 %						
Marge / Coût variable unitaire						
Quantité vendue						
Marge / Coût variable totale						
Augmentation de 10 %						
Marge / Coût variable unitaire						
Quantités vendues						
Marge / Coût variable totale						
Augmentation de 15 %						
Marge / Coût variable unitaire						
Quantité vendue						
Marge / coûts variables totale						

## Corrigé de l'exercice 7.5

### 1. Résultat de l'exercice N

Chiffre d'affaires	500 × 6 400 €	3 200 000
<b>Coûts variables</b>		
Salaires infographistes et designers	40 × 30 000	1 200 000
Fournitures		16 000
Intérim		54 000
Sous-traitance		74 000
Totaux		1 344 000
Unitaires		2 688
<b>Marge sur coût variable</b>		
Totale		1 856 000
Unitaire (par catalogue)		3 712
<b>Coûts de structure</b>		
Personnel administratif et commercial		1 676 000
Loyers		300 000
Coût usage matériel informatique		208 600
Frais financiers emprunt : 5 % × (300 000 × 3/5)		9 000
Frais financier crédit client		24 000
Total		2 217 600
<b>Marge nette</b>		- 361 600

### 2. Prix d'équilibre des résultats.

Désignons par  $x$ , ce prix d'équilibre.

Coût variable unitaire = 2 688 €

$$500(x - 2\,688) = 2\,217\,600 \Rightarrow x = 7\,123 \text{ €}$$

Ou : charges fixes non couvertes par la M/CV = 361 600.

Supplément de marge à dégager =  $361\,600 / 500 = 723 \text{ €}$  par projet.

Prix de vente assurant la rentabilité =  $6\,400 + 723 = 7\,123 \text{ €}$ .

### 3. Étude des prix

- *Situation d'origine*

Ventes : 500 projets

Prix moyen : 6 400 €

Coûts variables par projet = 2 600 €

Marge sur coût variable unitaire = 3 800 €

Marge sur coût variable totale = 1 900 000 €

	Variation de prix chez le concurrent					Espérance de M/CV
	- 5 %	0 %	+ 5 %	+ 10 %	+ 15 %	
Augmentation de 5 %	Prob = 0,10	Prob = 0,50	Prob = 0,40			
Marge / Coût variable unitaire	4 120 (1)	4 120	4 120			
Quantité vendue	475 (2)	490	500			
Marge / coût variable totale	1 957 000	2 018 800	2 060 000			2 029 100
Augmentation de 10 %	Prob = 0,05	Prob = 0,2	Prob = 0,3	Prob = 0,45		
Marge / Coût variable unitaire	4 440	4 440	4 440	4 440		
Quantité vendue	450	475	490	500		
Marge / coût variable totale	1 998 000	2 109 000	2 175 600	2 220 000		2 173 380
Augmentation de 15 %		Prob = 0,3	Prob = 0,2	Prob = 0,4	Prob = 0,3	
Marge / Coût variable unitaire		4 760	4 760	4 760	4 760	
Quantité vendue		450	475	495	500	
Marge / Coût variable totale		2 142 000	2 261 000	2 356 200	2 380 000	2 322 880

(1)  $(6\,400 \times 1,05) - 2\,600$

(2)  $500 \times 90 \%$

#### 4. Décision conseillée

Augmentation des prix de 15 %. Cette solution est la seule à assurer un résultat bénéficiaire (coûts de structure de 2 217 600 €). La probabilité de couvrir les coûts fixes est de 70 %.

#### Exercice 7.6 \*\*\* Marge sur coût variable et seuil de rentabilité - Écarts sur marge et résultat

La société Alix est spécialisée dans la commercialisation de la lingerie féminine auprès des centrales d'achat des hypermarchés. Alix élabore les modèles, choisit les tissus et donne des ordres à une société sous-traitante qui s'occupe de la coupe, du montage et de la finition des modèles.

#### Travail à faire

1. Calculer, pour l'année N et pour l'année N+1, le montant :
  - 1.1. de la marge sur coût variable, des frais fixes et du résultat,
  - 1.2. du seuil de rentabilité,
  - 1.3. de l'indice de sécurité,
  - 1.4. du levier d'exploitation.
2. Étudier la variation des grandeurs calculées à la question précédente.
  - 2.1. Calculer, pour chaque grandeur, l'écart global entre N et N+1.

- 2.2. Analyser dans les écarts globaux sur marge et résultat, l'effet du volume d'activité, l'effet du prix de vente et l'effet de la structure des charges.  
2.3. Commenter.

**Annexe**  
**Compte de résultat fonctionnel de la société Alix (en milliers d'euros)**

	N	N+1
<i>Chiffre d'affaires</i> .....	16 672	18 460
Nombre d'articles vendus.....	1 700 000	2 105 000
<i>Charges de production (variables)</i>		
Consommation de matières premières.....	3 977	4 651
Sous-traitance.....	6 927	8 972
<i>Charges de distribution (variables)</i>		
Transports sur ventes.....	133	203
<i>Charges de distribution (structurelles)</i>		
Force de vente.....	1 219	1 210
Publicité.....	736	820
<i>Autres charges de structure</i>		
Bureau d'études.....	367	393
Informatique.....	198	188
Administration et logistique.....	238	270
Direction.....	134	146
Frais généraux.....	723	518
Charges financières.....	700	642
Dotations aux amortissements.....	102	53
Dotations aux provisions.....	635	130
<i>Total des charges</i> .....	16 089	18 196
<i>Résultat</i> .....	583	264

**Corrigé de l'exercice 7.6**

**1. Calcul des montants**

**1.1. Compte de résultat différentiel**

	N		N+1	
Chiffre d'affaires.....	16 672	100 %	18 460	100 %
Coût variable.....	11 037	66,2 %	13 826	75 %
Marge sur coût variable.....	5 635	33,8 %	4 634	25 %
Coût fixe.....	5 052		4 370	
Résultat.....	583		264	

**1.2. Seuil de rentabilité**

N	N+1
$5\,052 / 0,338 = 14\,947$	$4\,370 / 0,25 = 17\,480$

**1.3. Indice de sécurité**

N	N+1
$\frac{16\,672 - 14\,947}{16\,672} = 10,35 \%$	$\frac{18\,460 - 17\,480}{18\,460} = 5,31 \%$

## 1.4. Levier d'exploitation

N	N+1
$\frac{1}{0,1035} = 9,66$	$\frac{1}{0,0531} = 18,83$

## 2. Étude des variations

### 2.1. Écarts globaux

	N ①	N+1 ②	Écart ② - ①
Marge sur coût variable .....	5 635	4 634	(1 001)
Coût fixe .....	5 052	4 370	(682)
Résultat .....	583	264	(319)
Seuil de rentabilité	14 947	17 480	2 533
Indice de sécurité	10,35 %	5,31 %	(5,04 %)
Levier opérationnel	9,66	18,83	9,17

### 2.2. Analyse des écarts

#### • Écart sur volume

	Montant réel N+1 ①	Prix N+1 avec quantités vendues de N ②	Écart ③ = ① - ②
Chiffre d'affaires	$2\,105\,000 \times 0,00877$ (a) = 18 460	$1\,700\,000 \times 0,00877 = 14\,909$	
Marge sur coût variable	$18\,460 \times 25\% = 4\,615$	$14\,909 \times 25\% = 3\,727$	<b>888 fav.</b>
Frais fixes	4 370	4 370	-
Résultat	245	(643)	888 fav.

(a) Prix moyen en N+1 .....  $18\,460 / 2\,105\,000 = 0,00877$

#### • Écart sur prix

	Prix N+1 avec quantités vendues de N ①	Prix N ②	Écart ③ = ① - ②
Chiffre d'affaires	$1\,700\,000 \times 0,00877 = 14\,909$	$1\,700\,000 \times 0,0098$ (b) = 16 660	<b>(1 751) défav.</b>
Charges variables	$14\,909 \times 75\% = 11\,182$	11 182 (b)	-
Marge sur coût variable	$14\,909 \times 25\% = 3\,727$	5 478 (c)	(1 751) défav.
Frais fixes	4 370	4 370	-
Résultat	(643)	1 108	(1 751) défav.

(a) Prix moyen en N .....  $16\,672 / 1\,700\,000 = 0,0098$

(b) Les charges variables sont indépendantes du prix de vente.

(c) Par différence.

#### • Écart sur structure des charges

	Charges variables et frais fixes de N+1 appliqué au CA de N ①	Charges variables et frais fixes de N ②	Écart ③ = ① - ②
Marge sur coût variable	5 478	$16\,672 \times 33,8\% = 5\,635$	<b>(157) défav.</b>
Frais fixes	4 370	5 052	<b>682 fav.</b>
Résultat	1 108	583	<b>525 fav.</b>

## 2.3. Commentaire

La détérioration de la marge et du résultat est due, pour l'essentiel, à la baisse du prix de vente moyen (de 9,80 € à 8,77 €, soit plus de 10 % de baisse). La hausse des charges variables par unité produite (de 6,49 € à 6,57 €, soit un peu plus de 1 % de hausse) contribue dans une bien moindre mesure à cette détérioration.

Les facteurs favorables (augmentation de 24 % du volume d'activité, baisse de 13,5 % des frais fixes) ne suffisent pas à compenser l'effet de la baisse des prix.

**Remarque.** Ce serait une erreur que d'expliquer l'effondrement du taux de marge sur coût variable (de 33,8 % à 25 %) par une dérive des charges variables. Les charges variables rapportées au volume produit n'ont que très peu augmenté. La cause première de la baisse du taux de marge est la chute des prix de vente.

La diffusion d'un équipement lourd comme le scanner est contrôlée quantitativement par les pouvoirs publics afin d'éviter que des surcapacités accroissent le déficit de la Sécurité sociale.

Pour les mêmes raisons, il existe un contrôle des prix portant sur l'acte. Les actes sont des prestations médicales qui sont remboursées au patient par la Sécurité sociale selon une nomenclature (ou barème).

### Exercice 7.7 \*\*\* Différentes interprétations de la notion de seuil de rentabilité

La SARL Clinique du Parc a obtenu l'autorisation d'acquérir un scanner d'un montant de 1 302 000 € HT, amortissable linéairement en sept ans (*annexe 1*). Dans le cas d'une clinique, les patients payent généralement directement le radiologue qui reverse une fraction de ses honoraires à la clinique. À la clinique du Parc, le prix moyen de l'acte s'élève à 148 € et les radiologues reversent 75 % de ce prix.

L'hôpital public Bignolier a acquis un scanner similaire (*annexe 2*). Le financement d'un hôpital public est différent de celui d'une clinique. Il est soumis à des règles budgétaires strictes. Les médecins sont salariés de l'hôpital. Le montant des charges d'exploitation (y compris les salaires) est déterminé a priori par le budget global. Celui-ci stipule que les charges d'exploitation autorisées pour l'année N+1 ne doivent pas excéder les charges de l'année N majorées par l'application d'un taux directeur. Les produits d'exploitation sont fixes et sont constitués par une dotation dite « globale » versée par une caisse unique d'assurance maladie regroupant les différents régimes. Les patients affiliés à une caisse d'assurance maladie ne payent pas les actes médicaux.

#### Travail à faire

##### 1. SARL Clinique du Parc

- 1.1. Calculer le nombre d'actes nécessaires pour atteindre le seuil de rentabilité comptable.
- 1.2. Déterminer le seuil de rentabilité financier. Retenir une période de 7 ans et un taux d'actualisation de 10 %.
- 1.3. Expliquer l'écart entre ces indicateurs.

##### 2. Hôpital public Bignolier

- 2.1. Calculer le nombre d'actes nécessaires pour atteindre le seuil de rentabilité comptable et donner sa signification.
- 2.2. L'hôpital souhaite conclure une convention avec une clinique proche, la clinique des Oiseaux, dans le but d'exploiter conjointement le scanner (*annexe 3*). Calculer le nombre d'actes nécessaires à l'hôpital pour atteindre le seuil de rentabilité comptable dans l'hypothèse où la clinique exécuterait 800 actes par an.
- 2.3. Le seuil de rentabilité a-t-il la même signification dans une clinique et dans un hôpital ?

## Annexe 1 - Dépenses d'exploitation du scanner à la clinique du Parc

### • Charges variables par acte

Consommables (énergie, fluides, films) .....	11,20 €
Charges d'entretien .....	<u>12,60 €</u>
Total.....	23,80 €

### • Charges fixes annuelles

Personnel autre que les médecins.....	328 000 €
Charges d'entretien .....	44 000 €
Charges de gestion.....	<u>60 000 €</u>
Total.....	432 000 €

## Annexe 2 - Données financières de fonctionnement du scanner à l'hôpital Bignolier

### • Dotation globale exceptionnelle

L'hôpital a obtenu une dérogation budgétaire exceptionnelle pour l'exploitation du scanner avec une majoration de 840 000 € de sa dotation annuelle globale.

### • Charges variables par acte

Consommables (énergie, fluides, films) .....	18 €
Charges d'entretien .....	<u>9 €</u>
Total.....	27 €

### • Charges fixes annuelles

Médecins radiologues .....	108 000 €
Personnel non-médecin.....	328 000 €
Charges d'entretien .....	<u>44 000 €</u>
Total.....	480 000 €

## Annexe 3 - Projet de convention entre l'hôpital Bignolier et la clinique des Oiseaux

La clinique versera 70 % du prix de l'acte à l'hôpital.

La clinique fournira un tube cathodique par an d'une valeur de 30 000 €, ce qui allégera d'autant les dépenses de fonctionnement de l'hôpital.

### Corrigé de l'exercice 7.7

#### 1. SARL Clinique du Parc

##### 1.1. Seuil de rentabilité comptable

Reversement des radiologues (par acte) : $148 \times 75\%$ .....	111,00 €
Charges variables (par acte).....	<u>23,80 €</u>
Marge unitaire sur coût variable.....	<u>87,20 €</u>
Charges fixes décaissées.....	432 000 €
Dotation aux amortissements : $1\,302\,000 / 7$ .....	<u>186 000 €</u>
Total des charges fixes.....	<u>618 000 €</u>

$$87,2 x - 618\,000 > 0 \Rightarrow x > 7\,087 \text{ actes}$$

Pour être *bénéficiaire*, la clinique doit réaliser plus de 7 087 actes par an.



## 1.2. Seuil de rentabilité financier

Par définition, le seuil de rentabilité financier est le nombre d'actes à partir duquel la VAN est positive.

Désignons par  $x$  le nombre d'actes. Le flux net annuel de liquidités lié à l'exploitation du scanner est :

Résultat avant impôt.....	87,2 $x$	- 618 000
<i>moins</i> impôt sur les sociétés (33,33 %).....	- 29,07 $x$	+ 206 000
Résultat après impôt.....	58,13 $x$	- 412 000
<i>plus</i> amortissement.....		+ 186 000
Flux de liquidités.....	58,13 $x$	- 226 000

$$1\,302\,000 - (58,13\,x - 226\,000) \frac{1 - 1,10^{-7}}{0,10} > 0 \Rightarrow x > \mathbf{8\,488 \text{ actes.}}$$

Pour être *rentable*, la clinique doit réaliser plus de 8 488 actes par an.

## 1.3. Explication de l'écart

Le résultat comptable prend en compte l'investissement initial par l'intermédiaire de l'amortissement. Cette prise en compte est donc étalée dans le temps. Le retard à l'incorporation de la dépense initiale a pour effet de minorer le seuil de rentabilité comptable.

La notion traditionnelle du seuil de rentabilité n'est financièrement correcte que pour une entreprise dont les capitaux seraient gratuits. Une façon d'améliorer la signification économique du seuil de rentabilité pourrait consister à incorporer les charges financières liées au financement de l'investissement, dans le calcul du résultat comptable.

## 2. Hôpital public Bignolier

### 2.1. Seuil de rentabilité comptable

Charges fixes décaissées.....	480 000 €
Dotation aux amortissements : $1\,302\,000 / 7$ .....	186 000 €
Total des charges fixes.....	<u>666 000 €</u>

Désignons par  $x$  le nombre d'actes. Le résultat de l'exploitation du scanner est :

Dotation globale.....	+ 840 000
<i>moins</i> charges.....	- 27 $x$ - 666 000
Résultat comptable.....	- 27 $x$ + 174 000

Calculons le nombre d'actes pour lequel le résultat est bénéficiaire :

$$- 27\,x + 174\,000 > 0 \Rightarrow x < \mathbf{6\,445 \text{ actes.}}$$

Pour rester bénéficiaire, l'hôpital doit limiter l'exploitation du scanner à moins de 6 445 actes par an.

### 2.2. Conséquences de la convention avec la clinique des Oiseaux

Recette pour 800 actes : $148 \times 70 \% \times 800$ .....	82 880
<i>moins</i> Coût variable des 800 actes : $27 \times 800$ .....	- 21 600
<i>plus</i> Tube cathodique.....	+ 30 000
Résultat de la convention.....	91 280
Résultat comptable avant convention (cf. question précédente).....	- 27 $x$ + 174 000
Résultat comptable après convention.....	- 27 $x$ + 265 230

$$-27x + 265\,230 > 0 \Rightarrow x \leq 9\,826 \text{ actes par an.}$$

L'hôpital peut réaliser jusqu'à 9 826 actes pour ses propres patients (auxquels s'ajoutent 800 actes pour la clinique) tout en restant bénéficiaire.

### 2.3. Signification comparée du seuil de rentabilité dans une clinique et dans un hôpital

- *Clinique*

Le seuil de rentabilité correspond au niveau d'activité *minimal* en deçà duquel l'entreprise est déficitaire. Les critères de gestion tendent à maximiser le nombre d'actes ; ils incitent au gaspillage.

- *Hôpital*

Le seuil de rentabilité correspond au niveau d'activité *maximal* au-delà duquel l'entreprise est déficitaire. Les critères de gestion tendent à minimiser le nombre d'actes ; ils incitent à l'économie.

#### Exercice 7.8 \*\*\* Seuil de rentabilité en univers aléatoire

La cave coopérative de Saint-Bernardin produit et commercialise un vin d'appellation d'origine contrôlée. Son directeur envisage de commercialiser par correspondance une partie de sa production.

La coopérative dispose d'un fichier clients à jour comportant quelques dizaines de milliers d'adresses de consommateurs ayant déjà acheté du vin directement à la cave coopérative. Il n'est donc pas envisagé pour l'instant d'acheter un nouveau fichier. Chaque prospect recevra un catalogue présentant les produits de la cave. Les professionnels de la vente par correspondance considèrent que, pour ce genre de produits, la probabilité pour qu'un prospect recevant le catalogue passe une commande est  $p = 10\%$ . Le coût unitaire de conception, de fabrication et d'expédition d'un catalogue est de 2 €.

Après avoir consulté des dirigeants de coopératives similaires, le directeur de la cave coopérative de Saint-Bernardin estime le montant moyen d'une commande à 120 €. La marge brute moyenne (frais d'expédition déduits) serait alors de 33,60 €. Les coûts de structure du service de ventes par correspondance (VPC) sont estimés à 6 000 ¼ par mois. Le directeur prévoit d'expédier 4 000 exemplaires du catalogue par mois.

Le directeur de la cave coopérative de Saint-Bernardin fait faire une étude de la rentabilité du service VPC en univers aléatoire.

#### Travail à faire

1. Quelle est la distribution de probabilité de la variable aléatoire « nombre de commandes mensuelles reçues » ?
2. Quelle est la probabilité pour que le seuil de rentabilité de l'activité VPC soit dépassé ?
3. Combien de catalogues faudrait-il expédier pour que la probabilité précédente soit égale à 50 % ?
4. Quelle devrait être la probabilité  $p$  pour obtenir le même résultat en envoyant seulement 4 000 catalogues comme prévu ? Le modèle est-il sensible aux faibles variations de  $p$  ?
5. Le directeur doit-il ouvrir le service VPC ? À quelles conditions ?

## Corrigé de l'exercice 7.8

### 1. Distribution de probabilité du nombre de commandes mensuelles reçues

L'expédition d'un catalogue est une épreuve dont le succès (réception d'une commande) a une probabilité  $p = 0,1$ . L'épreuve est répétée 4 000 fois dans le mois.

Le nombre de succès dans ces 4 000 épreuves répétées (nombre de commandes mensuelles reçues) est une variable binomiale  $X$  de paramètres  $n = 4\,000$  et  $p = 0,1$ . Les caractéristiques de la variable  $X = \mathcal{B}(4\,000; 0,1)$  sont  $E(X) = n.p = 400$  commandes,  $V(X) = n.p.q = 360$  et  $\sigma \cong 19$  commandes.

Le paramètre  $n$  étant grand et  $p$  n'étant proche, ni de 0, ni de 1, la loi normale de paramètres  $m = 400$  et  $\sigma = 19$  est une bonne approximation de cette loi binomiale.

### 2. Probabilité de dépasser le seuil de rentabilité

Calcul des charges fixes :

Coûts de structure.....	6 000
Coût des catalogues : $2 \text{ €} \times 4\,000$ .....	8 000
Total.....	14 000

La valeur du nombre de commandes  $X$  égale au seuil de rentabilité est  $x$ , tel que :  
 $33,6 x - 14\,000 = 0 \Rightarrow x = 416,67 \cong 417$  commandes.

Désignons par  $T$  la valeur de la variable centrée réduite correspondant à  $X$  et par  $t$  la valeur particulière correspondant au seuil de rentabilité  $x$ .

$t = \frac{x - m}{\sigma} = \frac{417 - 400}{19} \cong 0,89$  et, par conséquent :  $P(X > x) = P(T > 0,89) = 1 - 0,8133 \cong 19\%$   
(cf. table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite).

### 3. Nombre de catalogues à expédier

Il s'agit de trouver  $n$  tel que  $P(X > x) = P(T > t) > 0,5$ .

Dans ce cas,  $t = 0$  et  $x = t \cdot \sigma + m = 0 + n.p \Rightarrow x = 0,1 n$ . Par ailleurs,  $x = \frac{6\,000 + 2n}{33,60}$ .

La résolution du système d'équations  $\left| \begin{array}{l} x = 0,1n \\ 33,60 x = 6\,000 + 2n \end{array} \right|$  donne  $n = 4\,412$  exemplaires.

### 4. Sensibilité à la variation du paramètre $p$

La variable binomiale  $X = \mathcal{B}(4\,000; p)$  avec  $E(X) = 4\,000 p$  est approximée par une variable normale ayant la même espérance mathématique et, par conséquent,  $P(X > 4\,000 p) = 50\%$ . La probabilité pour que  $X$  soit supérieur au seuil de rentabilité de 417 commandes est donc égale à 50 % si  $4\,000 p = 417$ , d'où  $p = 0,104$ .

Nous observons qu'une faible variation de  $p$  (de 0,10 à 0,104) fait fortement varier (de 19 % à 50 %) la probabilité pour que le résultat soit bénéficiaire. Le modèle apparaît donc comme très sensible aux faibles variations de la probabilité de commande. Avec  $p = 0,12$ , la probabilité d'un bénéfice serait même voisine de 100 %.

### 5. Bien-fondé de l'ouverture du service VPC

Les données initiales montrent une faible probabilité de réaliser un bénéfice. Le projet est donc a priori risqué.

La probabilité d'avoir un résultat positif peut cependant être augmentée :

- soit en accroissant le nombre d'exemplaires du catalogue ce qui, au-delà d'un certain seuil, pourrait alourdir les charges de structure ;
- soit en ciblant mieux les destinataires de façon à accroître le taux de réponses. Une faible augmentation de cette fréquence éliminerait le risque de déficit.