Université de Cergy-Pontoise
UFR Economie et Gestion

Année Universitaire 2014-2015

THEORIE DES JEUX

LICENCE ECONOMIE ET GESTION

Semestre 1

L3

Session de Janvier 2015

(Durée : 2H00)

Toutes les réponses devront être justifiées. Calculatrice programmable interdite.

Exercice 1 (8 points) On considère un bien produit par 2 entreprises. L' entreprise i ($i = 1, 2$) décide uniquement du niveau de sa production q_i. La prise de décisions est simultanée. Toute la production est vendue au même prix, qui est determiné par la fonction de demande inverse $P(Q)$ avec $Q = q_1 + q_2$. La fonction de demande inverse est égale à:

$$P(Q) = \begin{cases} 1 - Q, & \text{si } Q \leq 1; \\ 0, & \text{si } Q > 1. \end{cases}$$

Les entreprises sont **asymétriques**. La firme 1 et la firme 2 n 'ont pas de coût fixe. Le **coût marginal** est constant est égal à $2q_1$ pour la firme 1 et il est égal à 1 pour la firme 2.

1. Décrire le jeu: joueurs, actions, paiements. Ecrire la fonction de coût de chaque joueur et en déduire le profit des entreprises en fonction de q_1 et de q_2.
2. Calculer les fonctions de meilleure réponse.
3. Calculer l' équilibre de Nash et le prix à l'équilibre.
4. L'entreprise 2 envisage de restructurer sa production. Pour ce faire, elle doit investir R euros pour changer sa technologie de production et faire en sorte que sa fonction de coûts devienne identique à celle de l'entreprise 1. Calculer l'équilibre de Nash et déterminer si l'entreprise a intérêt à faire cet investissement en fonction de R.

Exercice 2 (5 points)

	C	D
A	$0,0$	$-5,2$
B	$2,-5$	a,a

1) Soit $a=-6$.

a) Déterminez le (ou les) équilibre(s) de Nash en stratégie mixtes.

b)Représentez graphiquement ces équilibres et les correspondances de meilleures réponses en stratégies mixtes des joueurs (sur la même figure).

2) Soit $a=6$. On suppose que le jeu est répété 4 fois. Déterminez l'équilibre de Nash parfait en sous-jeux en expliquant votre démarche.

3) Considérer maintenant la matrice suivante

	A	B	C	D
A	$5,2$	$2,6$	$1,4$	$0,4$
B	$0,0$	$3,2$	$2,1$	$1,1$
C	$7,0$	$2,2$	$1,5$	$5,1$
D	$9,5$	$1,3$	$0,2$	$4,8$

On considère que ce jeu est répété à l' infini. Vous êtes le joueur 1 et vous souhaitez, dans le cadre de ce jeu répété, récupérer le plus souvent possible la valeur 9 (le paiement maximal). Quelle stratégie pourrait vous permettre d'y parvenir ?

Exercice 3 (5 points)

Un chercheur invite Amandine (A) et Benoît (B) à jouer au jeu suivant : Il leur présente une boîte contenant initialement 12 euros. Sur cette boîte il y a deux boutons : prendre (p) et attendre (a). L'un après l'autre, en commençant par Amandine, les joueurs seront appelés à appuyer sur un bouton. Si un joueur appuie sur (p) il reçoit un tiers de la somme encore disponible, tandis que l'autre joueur reçoit les deux tiers restants et le jeu s'arrête. En revanche, si un joueur appuie sur (a), le chercheur enlève 3 euros de la boîte et invite l'autre joueur à choisir un bouton. S'il ne reste plus d'argent dans la boîte, le jeu s'arrête.

1) Représentez ce jeu sous forme extensive.

2) Combien y a t'il de sous jeux dans ce jeu ? Donner la définition d'un sous jeu.

3) Trouver les équilibres de Nash parfaits en sous-jeux.

4) Trouver trois équilibres de Nash du jeu où Benoît choisit d'attendre à la dernière étape. Discuter la crédibilité de ces équilibres.

Exercice 4 (2 points... qui demandent un peu d'astuce)

Le petit Fabian vous propose le jeu suivant :"Toi et moi, chacun notre tour, on propose un nombre compris entre 1 et 9 inclus. On fait la somme avec les chiffres précédemment cités et le premier qui peut annoncer 1000 a gagné".

Vous qui avez suivi assidûment le cours de théorie des jeux, lui répondez : "Il est injuste ton jeu, c'est toujours le même joueur qui gagne". Montrez alors à Fabian quel joueur gagne et quelle stratégie le gagnant emploie (le petit Fabian a besoin d'explications claires et précises).