TD4 de Microéconomie.

Exercice 1 :

Attention : *Les fonctions de coût seront toujours des fonctions de coût individuel (pour une entreprise) et les fonctions de demande, des fonctions de demande agrégée (tous les consommateurs) sauf si il est dit le contraire comme dans l'exo' 3. Ici j'ai différencié « q » la quantité produite par une entreprise et « Q » par l'ensemble de celles-ci.*

$Q_d = 408 - 2p$
$CM(q) = q^2 - 2q + 8$
Pour obtenir la fonction de coût total on multiplie par Q.
$CT(q) = q^3 - 2q^2 + 8q$

1) A l'équilibre de long terme p est égal au seuil de rentabilité p_r qui est atteint au minimum de CM.
Ici on a 2 méthodes possibles pour trouver CM :

1ère possibilité et la plus courte :
(Faisable que si $CM(q)$ est un polynôme du 2nd degré ! De la forme : $f(x) = ax^2 + bx + c$ donc.)
On sait que le minimum d'un polynôme du second degré est atteint en $-\frac{b}{2a}$, et $CM(q)$ étant un polynôme du second degré on peut appliquer ça.
$Min\ CM: q = -\frac{-2}{2\times1} = 1$ Il est atteint pour $q = 1$.

2ème possibilité:
On sait aussi que le minimum du CMest atteint quand $CM = Cm$.
$$Cm = \frac{\delta CT(q)}{\delta q} = 3q^2 + 4q + 8$$
$$q^2 - 2q + 8 = 3q^2 - 4q + 8 \leftrightarrow q^2 - 3q^2 - 2q + 4q + 8 - 8 = 0 \leftrightarrow -2q^2 + 2q = 0$$
$$\leftrightarrow 2q = 2q^2 \leftrightarrow q = 1$$

On voit bien que la 1ère méthode est infiniment plus simple et est moins risquée !

Chaque entreprise produit donc $q = 1$, donc $EME = 1$.
Pour trouver le prix d'équilibre de long terme il ne faut pas oublier que le prix auquel l'entreprise vend le produit est égal au coût de production de celui-ci (Cm) qui est aussi le seuil de rentabilité (p_r).
$p = p_r = Cm(1) = 3 \times 1^2 - 4 \times 1 + 8 = -1 + 8 = 7$
$p = 7$

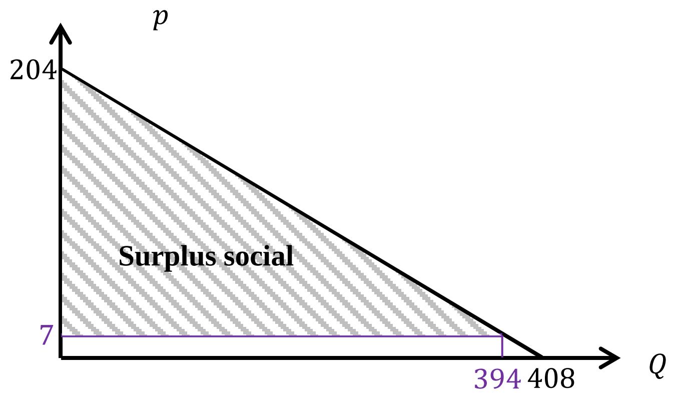
On va chercher la quantité produite sur ce marché à long terme, on remplace simplement le prix dans la fonction de demande agrégée :
$Q_d(p) = 408 - 2p$
$Q_d(7) = 408 - 2 \times 7 = 408 - 14 = 394$

A long terme, chaque entreprise va produire une unité $q = 1$ à un prix $p = 7$; et la quantité produite sur le marché sera $Q = 394$.
(Ce n'est pas long de répondre, c'est juste que j'ai « très beaucoup » détaillé.)

2) On est à long terme, et dans le cours on à vue qu'à long terme les entreprises ne font pas de profit.
Donc $\pi = 0$.

3) Pour savoir combien d'entreprises opèrent sur le marché on va simplement et en toute logique divisé la quantité produite par l'ensemble des entreprises (394) par celle de chaque entreprise (1).
$n = \frac{Q}{q} = \frac{394}{1} = 394$
Il y a 394 entreprises qui opèrent sur ce marché.

4)



Si on nous demandait de calculer le S_S*, ça serait possible en faisant :* $S_S = \frac{(204-7)(394-0)}{2}$

Exercice 2 :

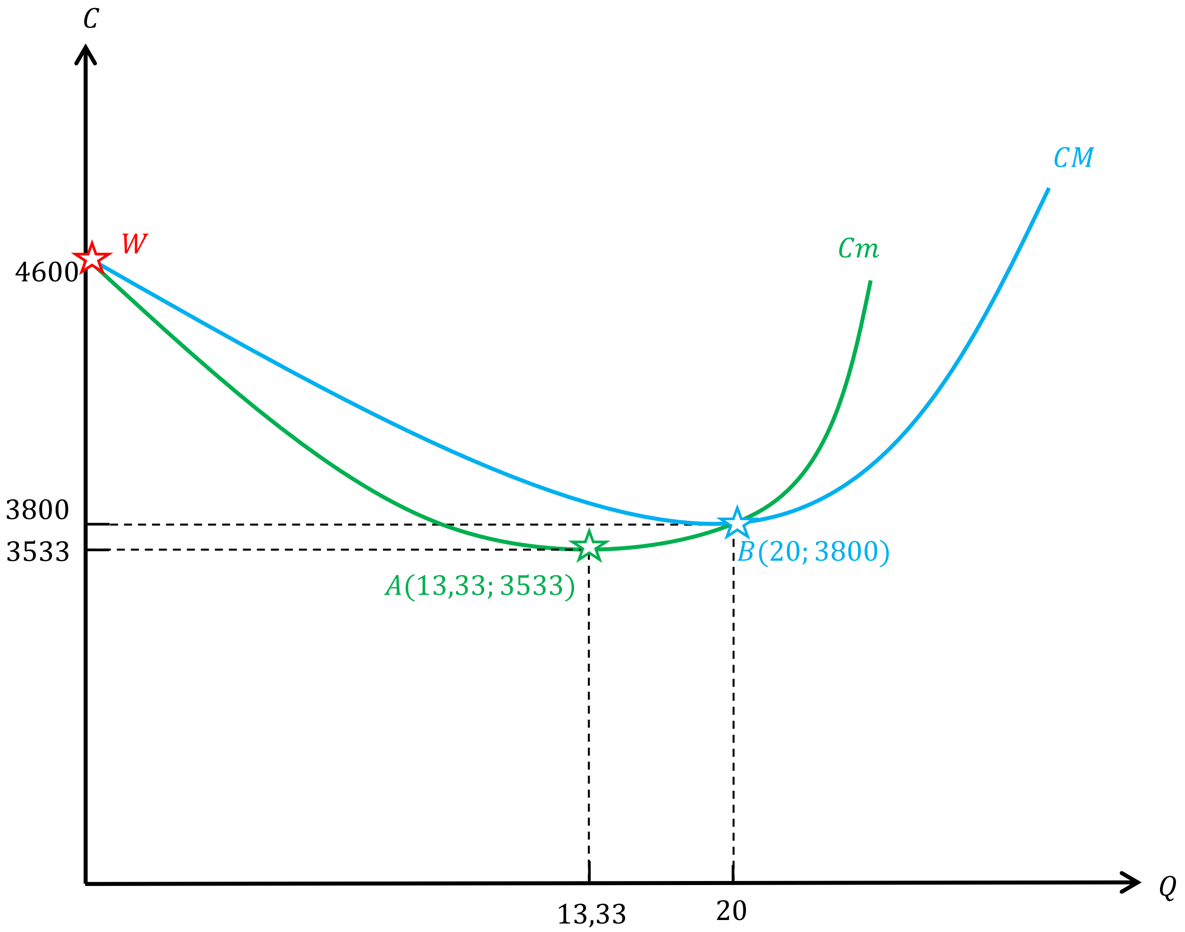
Attention : *J'ai fait l'exercice sans qu'on l'ait corrigé en classe je ne garantis donc pas que j'ai bon mais j'ai peu de doutes. Dans cette exerce, l' EME (échelle minimale d'efficacité) est notée q_e.*

1)

$$CM(q) = \frac{CT(q)}{q} = \frac{2q^3 - 80q^2 + 4600q}{q} = 2q^2 - 80q + 4600$$

$$Cm(q) = \frac{\delta CT(q)}{\delta q} = \frac{\delta(2q^3 - 80q^2 + 4600q)}{\delta q} = 6q^2 - 160q + 4600$$

(Par contre, flemme de faire les courbes ; c'est long et on l'a déjà fait dans d'autres exo'.)



Pour tracer le graph' :

J'ai d'abord cherché les minimums de $CM(q)$ et $Cm(q)$.

J'ai utilisé $-\frac{b}{2a}$ comme ce sont des polynômes du second degré ; puis pour chacun des deux j'ai tracé les points $\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$.

Pour $Cm(q)$ par exemple, son minimum $q = -\frac{-160}{6\times2} =\approx 13{,}33$ mais la je n'ai que l'abscisse ; pour trouver l'ordonnée j'ai « simplement » fait $Cm(13{,}33)$ et j'ai trouvé 3533. Faîtes la même chose avec $CM(q)$.

Pour le point de « départ » W, j'ai simplement fait $Cm(0)$ et $CM(0)$; qui sont tous deux à 4600.

Pour le reste des paraboles, après le point B ; j'ai fait au hasard en essayant de ne violer aucune propriété.

2) Comme dans l'exercice 1, on a deux possibilités ; je vais faire directement la plus simple mais j'ai testé la 2ème et elle fonctionne aussi dans le sens où l'on trouve le même résultat.

$CM(q)$ étant un polynôme du 2nd degré, il atteint son minimum en $q = -\frac{b}{2a}$

$$q = -\frac{-80}{2 \times 2} = \frac{80}{4} = 20$$

Chaque entreprise produit 20 unités, donc $q_e = 20$.

3) Pour trouver le prix d'équilibre de long terme il ne faut pas oublier que le prix auquel l'entreprise vend le produit est égal au coût de production de celui-ci ($Cm\ ou\ CM$).

$$p = Cm(20) = 6 \times 20^2 - 160 \times 20 + 4600 = 6 \times 400 - 3200 + 4600 = 2400 + 1400 = 3800$$

$$p = CM(20) = 2 \times 20^2 - 80 \times 20 + 4600 = 800 - 1600 + 4800 = 3800$$

(Je l'ai fait avec CM aussi pour vous montrer que l'un ou l'autre revient au même car en ce point $CM = Cm$.)

Donc $p = 3800$.

Pour trouver la quantité échangée sur le marché, on va remplacer p dans al fonction de demande globale : $D(p) = 500 - \frac{p}{20}$

$$D(3800) = 500 - \frac{3800}{20} = 500 - 190 = 310$$

Le prix d'échange du bien dans le long terme est 3800 et la quantité échangée sur le marché est 310.

4) Pour savoir combien d'entreprises opèrent sur le marché on va simplement et en toute logique divisé la quantité produite par l'ensemble des entreprises (310) par celle de chaque entreprise (20).

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{310}{20} = \frac{31}{2}$$

(Oui ça peut arriver que vous tombiez sur des chiffres non entiers, ça ne veut pas dire que vous avez faux.)

Il y a $\frac{31}{2}$ entreprises qui opèrent sur ce marché.

Exercice 3 :

Attention : *C Vous avez peut-être remarqué que parfois j'écris $CT(q)$ ou juste CT par exemple, ça ne doit pas vous perturbé; c'est juste pour montrer en l'occurrence que le coût total dépend de la quantité. Dans cette exo' on est à court terme.*

Soit q la quantité consommée par chaque consommateur, y la quantité produite par chaque entreprise et Q la quantité d'équilibre.
On a 80 acheteurs qui ont pour fonction de demande individuelle (à CT) : $p = -20q + 164$
On a 60 producteurs qui ont pour fonction de coût total (à CT) : $CT(y) = 3y^2 + 24y$

1) Il ne faut surtout pas multiplier la fonction à l'arrache, ce qu'il faut multiplier c'est la quantité donc il faut isoler q avant de multiplier par le nombre d'acheteurs.

$$p = -20q + 164 \leftrightarrow 20q = 164 - p \leftrightarrow q = \frac{164}{20} - \frac{p}{20}$$

$$Q_d(p) = 80q = 80\left(\frac{164}{20} - \frac{p}{20}\right) \leftrightarrow Q_d(p) = 656 - 4p$$

La fonction de demande de marchée est donc $Q_d(p) = 656 - 4p$.

2) On sait qu'à court terme, la quantité offerte est telle que $Cm = p$.

$$Cm(y) = \frac{\delta CT(y)}{\delta y} = \frac{\delta(3y^2 + 24y)}{\delta y} = 6y + 24$$

$$Cm = p \leftrightarrow 6y + 24 = p \leftrightarrow 6y = p - 24 \leftrightarrow y = \frac{p}{6} - \frac{24}{6} \leftrightarrow y = \frac{p}{6} - 4$$

Avec $p \geq 24$ car la quantité offerte ne peut pas être négative mais peut être nul si $p = 24$.
Maintenant il faut la multiplié par le nombre de producteurs, à savoir 60 pour obtenir la fonction d'offre du marché et non d'une entreprise : $Q^o = 60y = 60\left(\frac{p}{6} - 4\right) = 10p - 240$

La fonction d'offre du marché à court terme est donc $Q^o = 10p - 240$.

3) A l'équilibre l'offre est égale à la demande donc $Q_d = Q^o$.
Avec $Q_d = 656 - 4p$ et $Q^o = 10p - 240$.

$$Q_d = Q^o \leftrightarrow 656 - 4p = 10p - 240 \leftrightarrow 896 = 14p \leftrightarrow p = 64$$

Pour trouver la quantité vendue par chaque producteur, on va reprendre la fonction d'offre individuelle et remplacer p par le prix trouvé juste avant.

$$y(p) = \frac{p}{6} - 4$$

$$y(64) = \frac{64}{6} - 4 = \frac{32}{3} - \frac{12}{3} = \frac{20}{3}$$

Le prix d'équilibre est $p = 64$ et la quantité vendue par chaque producteur $y = \frac{20}{3}$.

4) On est à court terme, donc le profit n'est pas nul. $Profit = Recette - Coût$

$$\pi = R - C \leftrightarrow \pi = y \times p - CT(y)$$

$$\pi = \frac{20}{3} \times 64 - \left(3\left(\frac{20}{3}\right)^2 + 24 \times \frac{20}{3}\right) = \frac{1280}{3} - \frac{400}{3} - \frac{480}{3} = \frac{400}{3} \approx 133{,}33$$

A court terme, le profit de chaque producteur sera environ de 133,33.

5) On nous demande ce qu'il va se passer à long terme.
A long terme le profit sera nul, le prix sera donc tel que le profit soit nulle ; et là il ne peut être nulle que si la production est nulle et donc que $p = 24$ *(voir Q2)*.
Et si $P = 24$, $Q_d = 656 - 4 \times 24 = 560$

Court Terme	Long Terme
$\boldsymbol{p = 64}$ $\boldsymbol{y = \frac{20}{3}}$ $\boldsymbol{Q = 400}$ $\boldsymbol{n = 60}$ $\boldsymbol{\pi \approx 133,33}$	$p = 24$ $y = EME$ $Q = 560$ $n = \frac{Q}{EME}$ $\pi = 0$

Ps : On ne peut pas déterminer EME à cause de la fonction de coût, on aurait une infinité d'entreprises qui produisent près de 0 unités chacune $\rightarrow \infty \times 0 = F.I$ ^^.

Bonnes révisions !