Année universitaire 2013-2014

Université de Cergy-Pontoise

MACROECONOMIE

Licence 1ère année, Semestre 2

TD 2 : Accumulation de capital et croissance économique

Exercice 1 : l'accumulation du capital dans un modèle de Solow simplifié

On considère une fonction de production de type Cobb-Douglas :

$$Y = K^{1/2}L^{1/2} \tag{1}$$

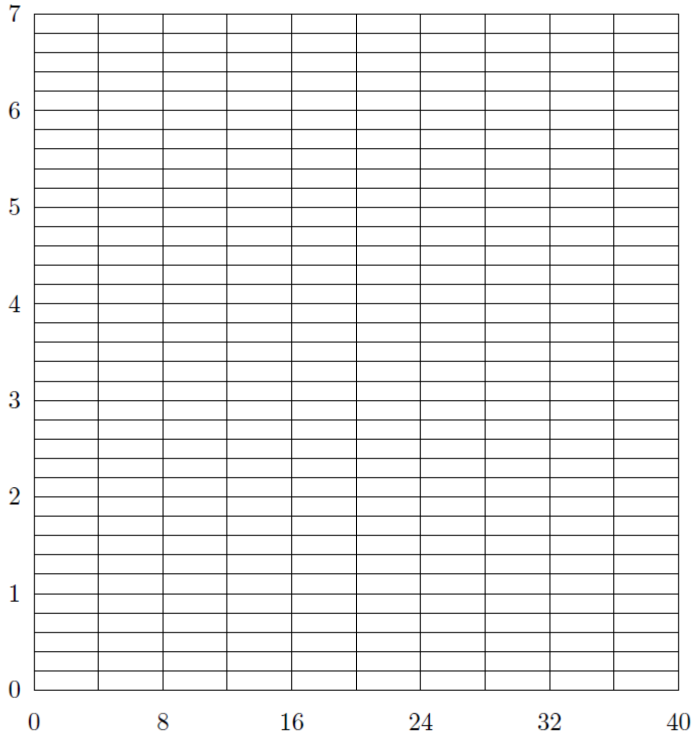
1. En divisant l'équation (1) par L, exprimez la production par travailleur ($y = Y/L$) en fonction du capital par travailleur ($k = K/L$).
2. Utilisez l'équation trouvée en 1. pour compléter la deuxième colonne du tableau.

Tableau 1

(1) Capital par tête k	(2) Production par tête $y = k^{1/2}$	(3) Consommation par tête c	(4) Investissement par tête i	(5) Dépréciation par tête δk	(6) Variation du capital par tête Δk
0	-------	-------	-------	-------	-------
4	-------	-------	-------	-------	-------
12	-------	-------	-------	-------	-------
16	-------	-------	-------	-------	-------
20	-------	-------	-------	-------	-------
36	-------	-------	-------	-------	-------

3. Représentez sur le graphique la fonction de production $f(k)$. Expliquez pourquoi la pente de la fonction de production indique approximativement dans quelle mesure la production par tête augmente quand le capital par tête augmente d'une unité.

Graphique 1



4. On note C la consommation, S l 'épargne, I l 'investissement, c la consommation par travailleur et i l 'investissement par travailleur.

   (a) Le modèle de Solow fait l'hypothèse que la consommation est proportionnelle au revenu :

   $$C = (1 - s)Y$$

   où s est le taux d'épargne, dont la valeur est comprise entre 0 et 1. Complétez la colonne (3) du tableau en supposant $s = 0.20$

   (b) A l'équilibre macroéconomique, quelle est la relation entre la production Y, la consommation C et l'épargne S ? Quelle relation entre épargne et investissement doit-être satisfaite pour que la demande de biens macroéconomique soit égale à l 'offre de biens macroéconomique ?

   (c) Exprimez alors i en fonction de y, et complétez la colonne (4) du tableau. Tracez la courbe $sf(k)$ sur le graphique.

5. Même si l'investissement augmente le capital par tête, le stock de capital se déprécie chaque année. On note δ le taux d'amortissement (ou de dépréciation) du capital. On suppose que la durée de vie du capital est de 20 ans. Le montant de l'amortissement est δk.

   (a) Calculez δk.

   (b) Utilisez ces données pour compléter la colonne (5) du tableau. Tracez la courbe δk sur la graphique.

6. La variation du stock de capital est égale à l'investissement moins la dépréciation du capital :

$$\Delta k = i - \delta k = sf(k) - \delta k$$

   Si $s = 0.2$, calculez la variation du stock de capital et complétez la colonne (6) du tableau.

7. A l'état stationnaire (sans progrès technique), le capital par tête et la consommation par tête restent constants d'une année sur l'autre. Le capital par tête reste contant quand $\Delta k = 0$ soit $i = sf(k) = \delta k$.

   (a) Repérez ce point sur le graphique (ce point a pour abscisse k^*).

   (b) Calculez, à l'état stationnaire, la production par tête y^*, la consommation par tête c^* et l'épargne par tête.

   (c) Calculez algébriquement k^* (en utilisant $sf(k^*) = \delta k^*$).

8. Quel est l'impact d'une augmentation du taux d'épargne sur le niveau stationnaire du stock de capital par tête ? Commentez les effets d'une telle augmentation sur le taux de croissance de long terme de l'économie.

Exercice 2 : la "règle d'or" du niveau de capital.

On utilisera dans cet exercice la fonction de production et les paramètres de l'exercice précédent.

L'objectif des décideurs politiques est de choisir l'état stationnaire (le volume optimal de capital) qui induit le niveau maximal de consommation possible. Ce stock de capital, que l'on notera k^*_{or}, est régi par la règle d'or du niveau d'accumulation du capital. Le taux de dépréciation est considéré comme exogène (c'est-à-dire déterminé par des facteurs techniques extérieurs). Les décideurs politiques peuvent agir sur le taux d'épargne pour modifier k^*. Nous avons vu, dans l'exercice 1, que lorsque s augmente, le niveau stationnaire du capital par tête augmente également.

A l'état stationnaire, on a :

$$c = y - i = f(k^*) - i = f(k^*) - \delta k^*$$

On suppose que le taux de dépréciation δ est égal à 0.2.

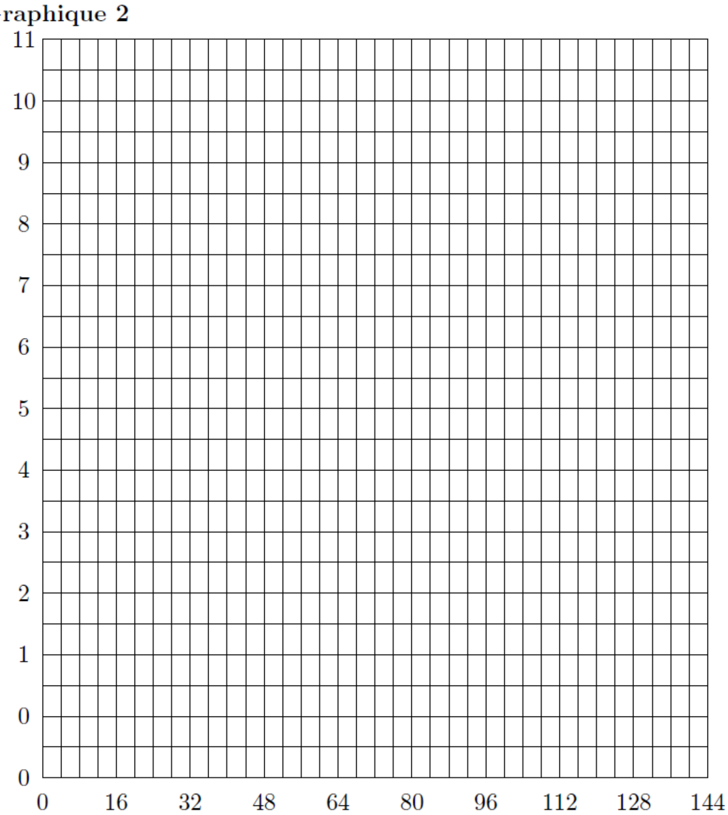
1. Complétez les colonnes 1 à 4 du tableau 2.

Tableau 2

(1) Capital par tête k	(2) Production par tête $y = k^{1/2}$	(3) Dépréciation par tête δk	(4) Consommation par tête c	(5) Epargne par tête i
0	-------	-------	-------	-------
4	-------	-------	-------	-------
16	-------	-------	-------	-------
36	-------	-------	-------	-------
64	-------	-------	-------	-------
100	-------	-------	-------	-------
121	-------	-------	-------	-------
144	-------	-------	-------	-------

2. Représentez graphiquement les courbes $f(k^*)$, δk^*, c^* et $sf(k^*)$ sur le graphique 2. Pour quelle valeur de k^* (k^*_{or}) la consommation c^* est-elle maximum ?

Graphique 2



3. Au niveau de capital k^*_{or}, que valent l'amortissement δk^*_{or} et la production par tête $f(k^*_{or})$?

   A l'état stationnaire, on a $\Delta k = 0$, et $i = sy = sf(k^*_{or}) = \delta k^*_{or}$. En substituant les valeurs de k^*_{or}, $f(k^*_{or})$ et δ , calculez le niveau de s correspondant à la règle d'or (s_{or}).

4. Comparez avec le taux d'épargne de l'exercice 1 et commentez.

5. On considère un état stationnaire quelconque k^*

   (a) Calculez l'accroissement de la production permis par une unité additionnelle de capital par travailleur. (NB : cette valeur est égale à la productivité marginale du capital et que l'on calculera comme la dérivée de la fonction $f(k)$). Représentez cet accroissement en fonction du niveau de capital par travailleur.

   (b) Calculez les besoins d'investissement de remplacement additionnels engendrés par cette augmentation du capital par travailleur d'une unité. Sur le même graphique représentez ces besoins d'investissement de remplacement additionnels en fonction du niveau de capital par travailleur.

   (c) Représentez la variation de la consommation par travailleur engendrée par une augmentation d'une unité du stock de capital par travailleur de l'état stationnaire, pour toute valeur de k^*. Comment évolue cette variation de la consommation par travailleur lorsque k^* varie ? Sur quelle propriété de la fonction de production ce résultat repose-t-il ?

   (d) En déduire la relation entre la productivité marginale du capital et le taux d'amortissement qui doit être satisfaite à l 'état stationnaire.

   (e) Retrouvez cette relation en calculant la valeur de k^* qui maximise $f(k^*) - \delta k^*$.

Questions théoriques

1. Dans le modèle de Solow, comment le taux d'épargne affecte-t-il le niveau stationnaire du revenu ? Le taux de croissance stationnaire ?
2. Pourquoi la politique économique devrait-elle viser le volume de capital dicté par la règle d'or ?
3. Dans le modèle de Solow, comment le taux de croissance démographique affecte-t-il le niveau stationnaire de revenu ? Le taux de croissance stationnaire ?