

Université de Cergy-Pontoise
UFR Economie et Gestion

MACROECONOMIE
Licence 1ère année, Semestre 2

TD I : La fonction de production

Exercice 1 : fonction de production, rendements d'échelle et productivité marginale

Soit $Y = F(K, L)$ une fonction de production, où Y est le PIB, K le stock de capital, L le flux de travail. On suppose que cette fonction de production a des rendements d'échelle constants.

1. Rendements constants

- (a) Rappelez la définition d'une fonction de production à rendements constants, en en donnant une expression formelle et un exemple.
- (b) Cette propriété vous semble-t-elle vérifiée au niveau macroéconomique ?

2. La fonction de production en forme intensive

On définit les variables par travailleur :

$$\begin{aligned}k &= K/L \\ y &= Y/L\end{aligned}$$

En utilisant la définition des rendements constants, montrez que la production par travailleur y ne dépend que du stock de capital par travailleur k . On utilisera la notation standard $F(k, 1) = f(k)$.

3. Fonction de production Cobb-Douglas

On définit la fonction de production Cobb-Douglas

$$Y = K^\alpha L^{1-\alpha}.$$

- (a) Vérifiez que cette fonction a des rendements d'échelle constants.
- (b) Exprimez y en fonction de k dans ce cas.
- (c) Productivités marginales
 - i. Définissez et interprétez les notions de productivité marginale d'un facteur de production. En quoi cette notion diffère-t-elle de la notion de rendements d'échelle ?
 - ii. Calculez les productivités marginales du capital et du travail en repartant de la forme $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$
 - iii. Calculez la productivité marginale de k en partant de la forme intensive de la fonction de production. Comparez cette productivité avec la productivité marginale de K calculée précédemment.

4. Productivité marginale et répartition du PIB

On suppose que les marchés des facteurs de production (capital et travail) sont concurrentiels et que la rémunération de chaque facteur est égale à sa productivité marginale. Dans la plupart des économies développées, la part du capital dans la rémunération des facteurs est égale à 30%. En utilisant l'expression de la productivité marginale dans le cas Cobb-Douglas (PMK), calculez la valeur de α qui permet de rendre compte de ce fait stylisé. On utilisera le fait que $\frac{PMK.K}{Y} = 30\%$.

Que peut-on en déduire sur la part du PIB revenant au facteur travail, soit $\frac{PML.L}{Y}$?

5. Exemple numérique

Soit le pays 1, avec le flux de travail $L_1 = 120$ et le PIB $Y_1 = 240$.

Soit le pays 2, avec le flux de travail $L_2 = 20$.

Les pays 1 et 2 sont tous deux munis de la fonction de production Cobb-Douglas, avec $\alpha = 0,3$.

- Sachant que le stock de capital du pays 2, K_2 , est six fois plus petit que K_1 (soit : $K_2 = \frac{K_1}{6}$), peut-on en déduire directement le PIB du pays 2, Y_2 ?
- Calculez et comparez les PIB par tête des deux pays (y_1 et y_2).
- Calculez et comparez les stocks de capital par tête des deux pays (k_1 et k_2) en utilisant la forme intensive de la fonction de production.
- En déduire les productivités marginales du capital PMK_1 et PMK_2 .

Exercice 2 : la règle des pourcentages et la comptabilité de la croissance

La règle des pourcentages simple peut s'énoncer de la façon suivante : si $y = x \times z$, alors on a :

$$\text{variation en \% de } y \simeq \text{variation en \% de } x + \text{variation en \% de } z$$

Cette règle peut se généraliser au cas où $y = x^a \times z^b$. On a alors :

$$\text{variation en \% de } y \simeq a \times \text{variation en \% de } x + b \times \text{variation en \% de } z$$

- On définit le stock de capital par travailleur par $k = K/L$. En utilisant la règle des pourcentages, calculez le taux de croissance de k en fonction du taux de croissance de K et du taux de croissance de L .
- On considère la fonction de production Cobb-Douglas suivante :

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$$

En utilisant la règle des pourcentages, exprimez le taux de croissance de Y en fonction du taux de croissance de A , K et L .

3. Lire le texte de Barro et Sala-i-Martin ci-joint, et répondre aux questions suivantes :

- a. Quelle a été la croissance du PIB par habitant aux Etats-Unis entre 1870 et 1990? Quelle a été la croissance du PIB par habitant en France au cours de la même période? Quelle a été la croissance du PIB par habitant en France entre 1950 et 1990?
- b. Rappelez la définition d'un taux de croissance. Quelle valeur du taux de croissance assure un doublement du revenu par habitant en 20 ans ? En 30 ans ?
- c. Quelle est l'ampleur des écarts de richesse dans le monde ? Que faudrait-il pour que ces écarts se réduisent? Les écarts de richesse ont-ils effectivement tendance à se réduire dans la réalité ?