

**L2 Gestion, 2015 - 2016****TD du Cours de Statistiques**

## Feuille N° 2 : Variables aléatoires à densité

**Exercice 1**

Dans un commerce, les études ont permis d'établir que le nombre (en milliers) de produit A acheté par semaine est (approché par) une variable aléatoire  $X$  de densité

$$f(x) = a(1-x)^4 \mathbb{1}_{[0,1]}(x) = \begin{cases} a(1-x)^4 & \text{si } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}.$$

Ce modèle suppose en particulier que ce nombre ne dépasse jamais 1000.

1. Déterminer  $a$ .
2. Calculer la fonction de répartition de  $X$ .
3. Le commerce est approvisionné une fois par semaine. Quelle quantité de produit A faut-il stocker pour que la probabilité de rupture soit inférieure à  $10^{-5}$ ?

**Exercice 2**

Soit  $X$  une variable aléatoire de loi  $\mathcal{U}_{[a,b]}$  avec  $a \leq b$ .

1. Déterminer la fonction de répartition de  $X$ , sa moyenne et sa variance.
2. On suppose que  $a = 0$  et  $b = 1$  et on pose  $Y = -\log X$ .
  - (a) Déterminer la densité de probabilité de  $Y$ .
  - (b) Quelle est cette loi? En déduire  $E(Y)$  et  $Var(Y)$ .

**Exercice 3**

Dans un pays, la durée de vie  $X$  (exprimée en année) d'une marque de téléviseur est une variable aléatoire de densité

$$f(x) = \frac{1}{8} e^{-\frac{1}{8}x} \mathbb{1}_{]0,+\infty[}(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} e^{-\frac{1}{8}x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Déterminer la durée de vie moyen d'un tel téléviseur.
2. Vous possédez un téléviseur de cette marque depuis 3 ans, quelle est la probabilité que sa durée de vie soit encore d'au moins 5 ans à partir de maintenant?

**Exercice 4**

Dans une parfumerie, des études ont montré que les achats (en €) effectués sont (approximativement) distribués selon une loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ . On sait aussi qu'environ 30,85% des achats sont inférieurs à 50 € et que 66,87% sont compris entre 50 et 100 €.

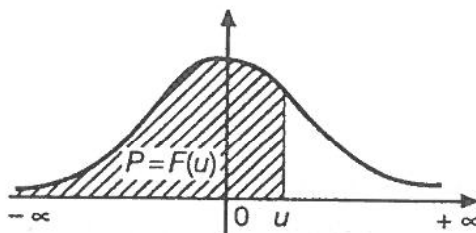
1. Déterminer l'espérance  $m$  et l'écart-type  $\sigma$ .
2. Dans le cadre d'une campagne promotionnelle, une remise va être accordée aux clients dont le montant des achats est suffisamment élevé. A partir de quel montant faut-il attribuer cette remise si 5% des clients doivent en bénéficier en moyenne?

**Exercice 5**

Le temps (en minutes) de déplacement de M. André de son domicile à son lieu de travail suit une loi normale d'espérance 40 et d'écart-type 7. Il veut s'assurer avec une certitude de 90% de ne pas être en retard pour une réunion à 13 heures. Quelle est l'heure limite à laquelle vous lui conseillerez de partir de son domicile?

## Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

Probabilité  $F(u)$  d'une valeur inférieure à  $u$



$u$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Tables pour les grandes valeurs de  $u$

$u$	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$F(u)$	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997