UNIVERSITÉ DE CERGY **Année 2016-2017**

LICENCE d'ÉCONOMIE FINANCE et GESTION

Première année - Semestre 1

DIV 101 - Soutien en Mathématiques

Livret d'exercices V - Fonctions logarithmes et exponentielles

Exercice I

1. Les égalités suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

   (E_1) $\ln 6 = \ln 2 + \ln 3$ (E_2) $3\ln 2 = \ln 6$ (E_3) $(\ln 3)^2 = \ln 9$

2. Écrire à l'aide d'un seul logarithme :

   $A = 2\ln 3 - \ln 5 + \ln 2$ $B = \dfrac{1}{2}\ln 4 - 3\ln 2 + \ln 8$ $C = 3\ln 10 - \ln 0,02 + 3\ln 2$

3. Écrire chacun des ces nombres sous la forme $a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$, $(a, b, c$ réels).

   $D = \ln 10 - \ln 12 + \ln 15$ $E = \ln 60 - \ln 75$ $F = \ln 18 + \ln 0,1$

4. On donne $\ln 2 \approx 0,7$, $\ln 3 \approx 1,1$, et $\ln 5 \approx 1,6$. Donner une valeur approchée de :

   $F = \ln 18$ $G = \ln 0,1$ $H = \dfrac{\ln 25}{\ln 1,5}$ $I = \dfrac{\ln 75}{\ln 0,6}$

Exercice II

Résoudre les équations et inéquations suivantes (préciser les domaines de validité)

(E_1) : $\ln(x+2) = 2\ln x$ (E_2) : $\ln(x-4) = \ln(2x-3)$

(E_3) : $2\ln(2x+1) = \ln(x^2)$ (E_4) : $2(\ln x)^2 - 3\ln x - 5 = 0$

(I_1) : $\ln(3x-2) \leq \ln 5$ (I_2) : $\ln(2x+1) - \ln(x+2) \leq 0$

Exercice III

Simplifier les expressions suivantes :

$A = \dfrac{(e^2)^3}{e^{-1}}$ $B = \dfrac{e^4 \times e^{-2}}{e^2}$ $C = e^4 \times e^2$

$D = \dfrac{2^{n+1} \times 2^n}{2^{n-1}}$ $E = \dfrac{2^{n+1} \times 4^n}{2^{2n-2}}$ $F = \dfrac{(2 \times 3^2)^{2n}}{6^{n-1}}$

$G = \dfrac{32 \times \sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ $H = \dfrac{50 \times 2^{1/3}}{5^{2/3}}$ $I = \dfrac{\sqrt{54} \times 3^{-1/4}}{6^{3/4}}$

Exercice IV

Résoudre les équations suivantes (préciser les ensembles de validité) :

$(E_1)\ :\ \ln x = 5$ $\qquad$ $(E_2)\ :\ \ln(1-x) = 1$

$(E_3)\ :\ \ln\left(\dfrac{e}{x}\right) = -1$ $\qquad$ $(E_4)\ :\ (e^x - 7)(2e^x + 1) = 0$

$(E_5)\ :\ \dfrac{e^x + 1}{2e^x - 1} = 2$ $\qquad$ $(E_6)\ :\ e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$

$(I_1)\ :\ 1 - e^x \geq 0$ $\qquad$ $(I_2)\ :\ e^{2x} + 4e^x - 5 \geq 0$

Exercice V

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

$f_1\ :\ f_1(x) = (2\ln x + 5)^2$ sur $\mathbb{R}_+^*$ $\qquad$ $f_2\ :\ f_2(x) = x^2\ln(3x)$ sur $\mathbb{R}_+^*$

$f_3\ :\ f_3(x) = xe^{x^2}$ sur $\mathbb{R}$ $\qquad$ $f_4\ :\ f_4(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ sur $\mathbb{R}$

$f_5\ :\ f_5(x) = (3-5x)^{1/3}$ sur $\left]-\infty; \dfrac{3}{5}\right[$ $\qquad$ $f_6\ : f_6(x) = x^{1/4}(10-x)^{3/4}$ sur $]0; 10[$

Exercice VI

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 1 - e^x$

1. Déterminer la fonction dérivée f' de f.
2. En déduire les variations de f.

Exercice VII

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = 2x^2 - 3 - \ln x$.

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. En déduire le tableau des variations de f.
3. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Exercice VIII

Soit f la fonction définie sur $\left]0; \dfrac{8}{3}\right[$ par $f(x) = x^{1/2}(8-3x)^{1/2}$

1. Déterminer la fonction dérivée f' de f.
2. En déduire les variations de f.