

PRATIQUE DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

TEST 1 - Octobre 2016 - Corrigé

Exercice 1 - 6 points

1. 2,5 points

1. ● 0,5 point $\forall x \in \mathbb{R}, f'_1(x) = -24x^2 + 4x.$

2. ● 0,5 point $\forall x > 0, f'_2(x) = \frac{-5}{3} - \frac{6}{5x^3}.$

3. ● 0,5 point $\forall x \in \mathbb{R}, f'_3(x) = \frac{-2(x^2 + 1) - 2x(1 - 2x)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - 2}{(x^2 + 1)^2}.$

4. ● 0,5 point $\forall x \in \mathbb{R}, f'_4(x) = 3(2x - 5)(x^2 - 5x + 7)^2.$

5. ● 0,5 point $\forall x \in \mathbb{R}, f'_5(x) = 2xy - 3.$

2. 3,5 points Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 10}{x - 2}$

1. ● 0,5 point $\forall x \neq 2,$

$$f'(x) = \frac{(2x - 5)(x - 2) - (x^2 - 5x + 10)}{(x - 2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - 5x + 10 - x^2 + 5x - 10}{(x - 2)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}$$

2. ● 1 point

Tableau de signe de $f'(x) = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2} = \frac{x(x - 4)}{(x - 2)^2}$

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
x		$-$	0	$+$	$+$
$x - 4$		$-$	$-$	0	$+$
$(x - 2)^2$		$+$	$+$	0	$+$
$\frac{x(x - 4)}{(x - 2)^2}$		$+$	0	$-$	$+$

3. ● 1 point

Tableau des variations de f :

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
f		\nearrow -5 \searrow		\searrow 3 \nearrow		

4. ● 1 point Équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point A d'abscisse 1 :

$y = f'(1)(x - 1) + f(1)$ soit $y = -3(x - 1) - 6$, ou $y = -3x - 3.$

Exercice 2 - 4 points

1. Si l'étudiant prend une carte valable un jour et qui coûte 1 euro :
- (a) ● **0,25 point** Si le trajet a une durée de 1 heure et 15 minutes, il a besoin de 3 demi-heures, le coût total est donc (sous la forme « carte + prix du trajet ») :
 $p_1 = 1 + (0 + 1 + 2) = 4 \text{ €}$.
 - (b) ● **0,25 point** Si le trajet a une durée de 2 heures et 20 minutes, il a besoin de 5 demi-heures : $p_2 = 1 + (0 + 1 + 2 + 2 * 4) = 12 \text{ €}$.
 - (c) ● **0,25 point** Si chaque trajet a une durée de 1 heure et 50 minutes, le coût total est $p_3 = 1 + 2 * (0 + 1 + 2 + 4) = 15 \text{ €}$.
 - (d) ● **0,25 point** Si les trajets ont une durée de 25 minutes chacun, ils sont gratuits, donc le coût total est celui de la carte soit : $p_4 = 1 \text{ €}$.
2. Si l'étudiant prend une carte d'abonnement annuelle qui coûte 20 €.
- **0,25 point** Si l'étudiant fait 2 trajets par jour, 5 jours par semaine, et 30 semaines par an, il fait donc 300 trajets par an.
 - (a) ● **0,25 point** Si chaque trajet a une durée de 45 minutes, il a besoin d'une demi-heure supplémentaire à 1 euro par trajet :
le coût total est donc $c = 20 + 300 = 320 \text{ €}$.
 - (b) ● **0,25 point** Si chaque trajet a une durée de 1 heure et 15 minute, il a besoin de 2 demi-heures supplémentaires :
le coût total est donc $c' = 20 + 300 * (1 + 2) = 920 \text{ €}$.
 - (c) ● **1 point** Soit n le nombre de demi-heures que nécessite chaque trajet ($n \in [1; 5]$) : le coût annuel (en euros) pour l'étudiant en fonction de n .

$$c(n) = \begin{cases} c(1) & = 20 \\ c(2) & = 20 + 300 * (0 + 1) = 320 \\ c(3) & = 20 + 300 * (0 + 1 + 2) = 920 \\ c(4) & = 20 + 300 * (0 + 1 + 2 + 4) = 2120 \\ c(5) & = 20 + 300 * (0 + 1 + 2 + 4 + 4) = 3320 \end{cases}$$

3. ● **1,25 point** Si $j \geq 20$, l'étudiant a tout intérêt à prendre une carte d'abonnement annuel.

Il faut d'abord déterminer le nombre de demi-heures que nécessite chaque trajet : c'est l'entier n égal ou immédiatement supérieur au quotient $\frac{t}{30}$. Ainsi, si $t \in [1; 150]$, alors $n \in [1; 5]$.

$$c(n) = \begin{cases} c(1) & = 20 \\ c(2) & = 20 + 2j \\ c(3) & = 20 + 2j * (0 + 1 + 2) = 20 + 6j \\ c(4) & = 20 + 2j * (0 + 1 + 2 + 4) = 20 + 14j \\ c(5) & = 20 + 2j * (0 + 1 + 2 + 4 + 4) = 20 + 22j \end{cases}$$

Exercice 3 - Q.C.M - 10 points

SUJET BLANC : 1 D / 2 B / 3 C / 4 A / 5 C / 6 C / 7 C / 8 A / 9 B / 10 B

SUJET JAUNE : 1 A / 2 C / 3 A / 4 C / 5 B / 6 B / 7 A / 8 B / 9 D / 10 D

SUJET ROSE : 1 B / 2 B / 3 A / 4 D / 5 B / 6 B / 7 A / 8 D / 9 A / 10 C

SUJET VERT : 1 C / 2 C / 3 C / 4 D / 5 C / 6 D / 7 C / 8 B / 9 B / 10 D