PRATIQUE DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

TEST 1 BLANC - Octobre 2016 - 1h 30 min

Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.
CALCULATRICES INTERDITES
LES PORTABLES DOIVENT ÊTRE DÉBRANCHÉS ET RANGÉS.

Exercice 1 - 6 points

1. 2,5 points Calculer les dérivées des fonctions suivantes, sur leur domaine de dérivabilité. Vous pouvez utiliser le tableau des dérivées ci-dessous :

1. $f_1 \ : \ f_1(x) = -8x^3 + 2x^2 + 7$ sur $\mathcal{D}_1 = \mathbb{R}$.
2. $f_2 \ : \ f_2(x) = -\dfrac{5x}{3} + \dfrac{3}{5x^2}$ sur $\mathcal{D}_2 = \mathbb{R}_+^*$.
3. $f_3 \ : \ f_3(x) = \dfrac{1-2x}{x^2+1}$ sur $\mathcal{D}_3 = \mathbb{R}$.
4. $f_4 \ : \ f_4(x) = (x^2 - 5x + 7)^3$ sur $\mathcal{D}_4 = \mathbb{R}$.
5. $f_5 \ : \ f_5(x) = x^2y - 3x + 5y$ sur $\mathcal{D}_5 = \mathbb{R}$.

2. 3,5 points On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 10}{x - 2}$$

1. Calculer la dérivée de f sur son ensemble de définition, et montrer que pour tout $x \neq 2$, $f'(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$
2. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
3. En déduire le tableau des variations de f sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ (Valeurs des extrema locaux demandées, limites non demandées)
4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 1.

ANNEXE à L'EXERCICE 1 : Rappel des principales formules de dérivation

$f \ : \ f(x) = ...$	$f'(x) = ...$	Ensemble de validité
$ax + b$	a	$\mathbb{R}$
$x^n \ (n \in \mathbb{Z}^*)$	nx^{n-1}	$]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$
$x^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha x^{\alpha - 1}$	$]0; +\infty[$

Fonction	Dérivée	Condition
$f + g$	$f' + g'$	
$f \times g$	$f' \times g + f \times g'$	
$\dfrac{f}{g}$	$\dfrac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$	$\forall x \in I, g(x) \neq 0$
$f^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha f' \times f^{\alpha - 1}$	$\forall x \in I, f(x) > 0$

Exercice 2 - 4 points

On peut consulter sur le site *www.velo2.cergypontoise.fr* les tarifs du système de vélos en libre-service de l'agglomération de Cergy-Pontoise.

Chaque usager doit acheter une carte (valable un jour, une semaine ou un an) puis régler le tarif de chaque trajet(*) effectué.

Pour chaque trajet(*), la première demi-heure est gratuite. Pour les trajets plus longs (où toute demi-heure commencée est due) :

— la première demi-heure supplémentaire coûte 1 euro.
— la seconde demi-heure supplémentaire coûte 2 euros.
— à partir de la troisième demi-heure supplémentaire, chaque demi-heure coûte 4 euros.

1. Un étudiant désire essayer ce service pendant une journée. Dans ce cas, il doit prendre une carte valable un jour et qui coûte 1 euro, auquel il faut ajouter le prix de chaque trajet :
   (a) Déterminer le coût d'un unique trajet de 1 heure et 15 minutes.
   (b) Déterminer le coût d'un unique trajet de 2 heures et 20 minutes.
   (c) Déterminer le coût de deux trajets (faits dans la même journée) de 1 heure et 50 minutes chacun.
   (d) Déterminer le coût de quatre trajets (faits dans la même journée) de 25 minutes chacun.
2. Convaincu par le système, l'étudiant (de moins de 25 ans) décide de prendre une carte d'abonnement valable un an et qui coûte 20€.
   On suppose que cet étudiant fera 2 trajets (de même durée) par jour, 5 jours par semaine, et 30 semaines par an.
   (a) Déterminer le coût annuel pour cet étudiant si chacun de ses 2 trajets quotidiens a une durée de 45 minutes.
   (b) Déterminer le coût annuel pour cet étudiant si chacun de ses 2 trajets quotidiens a une durée de 1 heure et 15 minute.
   (c) Soit n le nombre de demi-heures que nécessite chaque trajet ($1 \leq n \leq 5$) : déterminer le coût annuel $c(n)$ pour l'étudiant en fonction de n. (On donnera les valeurs de $c(n)$ pour tout entier n de $[1;5]$)
3. On suppose que cet étudiant fera 2 trajets (de même durée) par jour, on note j ($j \geq 20$), le nombre de jours dans l'année où il aura besoin d'utiliser ces vélos, et t la durée de chaque trajet en minutes ($t \in [1;150]$)
   Détailler une façon de calculer le coût annuel pour l'étudiant en fonction de j et t.

(*) On appelle « trajet » une utilisation d'un vélo entre le moment où on le prend à un point d'attache et celui où on le replace à un point d'attache.

Exercice 3 - Q.C.M - 10 points

Ce Q.C.M. comporte 10 questions. Pour chacune d'entre elles, une seule proposition est juste : cocher **sur la grille de réponses de la couleur de votre énoncé** la case correspondante à l'aide d'un feutre **noir**. A chaque question, correspondent deux lignes de réponses : lorsque vous pensez que votre première réponse est fausse, vous pouvez utiliser la seconde ligne pour corriger votre première réponse.

Attention au barème : 1 point par réponse juste, mais $-0,5$ par réponse fausse. L'absence de réponse, ou lorsque toutes les cases d'une question sont cochées est notée 0. En cas de total négatif, la note finale est ramenée à 0/10.

SUJET BLANC

Question 1

Soit $X = 1 - \dfrac{1}{12} + \dfrac{7}{18}$. Après simplification, X est égal à :

A. $X = \dfrac{19}{36}$

B. $X = \dfrac{31}{36}$

C. $X = \dfrac{35}{36}$

D. $X = \dfrac{47}{36}$

Question 2

Soit $X = \dfrac{2.10^5}{5.10^3}$. Après simplification, X est égal à :

A. $X = 400$

B. $X = 40$

C. $X = 4$

D. $X = 0,4$

Question 3

Soit $X = \dfrac{b^{-1} \times (a^{-2}b^3)^{-2}}{(a^{-3}b)^2}$. Après simplification, X est égal à :

A. $X = a^{-2}b^{-9}$

B. $X = a^{-2}b^{-5}$

C. $X = a^{10}b^{-9}$

D. $X = a^{10}b^{-5}$

Question 4

Soit $X = 9^{1/3} \times 12^{2/3}$. Après simplification, X est égal à :

A. $X = 2^{4/3}3^{4/3}$

B. $X = 2^{2/3}3^{4/3}$

C. $X = 2^{4/3}3^{2/3}$

D. $X = 2^{2/3}3^{2/3}$

Question 5

Soit $X = \sqrt{12} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{3}$. Après simplification, X est égal à :

A. $X = -43\sqrt{3}$

B. $X = -2\sqrt{3}$

C. $X = -5\sqrt{3}$

D. $X = 9\sqrt{3}$

Question 6

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = \dfrac{-3}{5}x + \dfrac{2}{5}$. La droite représentative de f passe par le point M de coordonnées :

A. $M(2;5)$
B. $M(0;2)$
C. $M(4;-2)$
D. $M(-4;3)$

Question 7

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne : $3x - 2y + 1 = 0$. Un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ est :

A. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
B. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$
C. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
D. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Question 8

Soient f la fonction affine vérifiant $f(2) = -100$ et $f(-8) = 10$, alors l'expression de $f(x)$ est :

A. $f(x) = -11x - 78$
B. $f(x) = 9x - 118$
C. $f(x) = -9x - 72$
D. $f(x) = 11x - 122$

Question 9

On considère les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ d'équations cartésiennes respectives :

$$\begin{array}{lcll} \mathcal{D} & : & 2x - y - 5 & = 0 \\ \mathcal{D}' & : & x + 2y + 5 & = 0 \end{array}$$

A. $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ se coupent en $(2;-1)$
B. $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ se coupent en $(1;-3)$
C. $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ se coupent en $(3;1)$
D. $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont parallèles.

Question 10

L'ensemble solution de l'inéquation (I) : $\dfrac{x}{x-1} \geq 1$ est :

A. $\mathcal{S} = \mathbb{R} \setminus \{\ 1\}$
B. $\mathcal{S} =]1;+\infty[$
C. $\mathcal{S} =]-\infty;1[$
D. $\mathcal{S} = [0;1[$