

PRATIQUE DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

TEST 1 BLANC - Octobre 2015 - 1h 30 min

Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.

**CALCULATRICES INTERDITES**

**LES PORTABLES DOIVENT ÊTRE DÉBRANCHÉS ET RANGÉS.**

**Exercice 1- 3 points**

Calculer les dérivées des fonctions suivantes, sur leur domaine de dérivabilité. Vous pouvez utiliser le tableau des dérivées page suivante.

1.  $f_1 : f_1(x) = \frac{2x}{3} - \frac{3}{2x}$  sur  $\mathcal{D}_1 = \mathbb{R}_+^*$ .
2.  $f_2 : f_2(x) = -5x^3 + 4x^2 - x$  sur  $\mathcal{D}_2 = \mathbb{R}$ .
3.  $f_3 : f_3(x) = \frac{3-5x}{2x-1}$  sur  $\mathcal{D}_3 = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ .
4.  $f_4 : f_4(x) = (x^2 + 4)^3$  sur  $\mathcal{D}_4 = \mathbb{R}$ .
5.  $f_5 : f_5(x) = (x-6)\sqrt{x}$  sur  $\mathcal{D}_5 = \mathbb{R}_+^*$ .
6.  $f_6 : f_6(x) = (2-3x)^{2/3}$  sur  $\mathcal{D}_6 = \left] -\infty; \frac{3}{2} \right[$ .

**Exercice 2 - 7 points**

On considère la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathcal{D}_f = ]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[ = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  par

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$$

La courbe représentative de  $f$  est donnée sur l'annexe page suivante.

1. Calculer la dérivée de  $f$  sur  $\mathcal{D}_f$ , et justifier que pour tout  $x \neq -1$ ,  $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$
2. Donner le tableau des variations de  $f$  (extrema demandés, limites NON demandées).
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente  $T$  à  $\mathcal{C}_f$  au point  $\Omega(-2; -5)$ . Tracer  $T$  sur l'annexe.
4. Déterminer l'approximation affine de  $f$  au voisinage de  $x_0 = -2$ .
5. Tracer sur l'annexe la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ . Vous donnerez des points à coordonnées entières de  $\mathcal{D}$
6. Résoudre graphiquement l'inéquation  $(I) : f(x) \leq \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$
7. Vérifier votre résultat par un calcul.

**Exercice 3 - Q.C.M - 10 points**

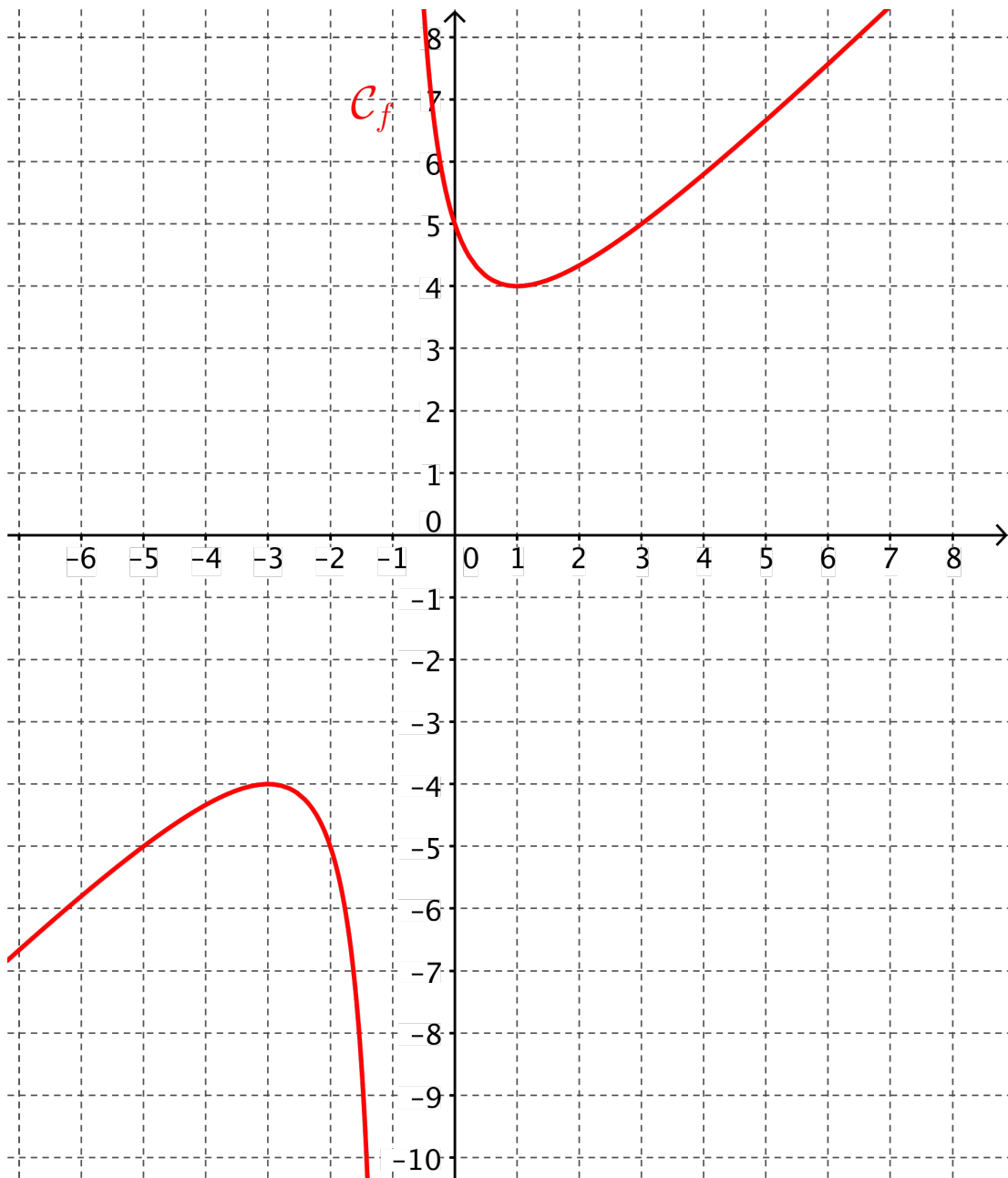
Ce Q.C.M. comporte 10 questions. Pour chacune d'entre elles, une seule proposition est juste : cocher **sur la grille de réponses de la couleur de votre énoncé** la case correspondante à l'aide d'un feutre **noir**. A chaque question, correspondent deux lignes de réponses : lorsque vous pensez que votre première réponse est fautive, vous pouvez utiliser la seconde ligne pour corriger votre première réponse.

**Attention au barème :** 1 point par réponse juste, mais  $-0,5$  par réponse fautive. L'absence de réponse, ou lorsque toutes les cases d'une question sont cochées est notée 0. En cas de total négatif, la note finale est ramenée à 0/10.

$f : f(x) = \dots$	$f'(x) = \dots$	Ensemble de validité	Fonction	Dérivée	Condition
$ax + b$	$a$	$\mathbb{R}$	$f + g$	$f' + g'$	
$x^n \ (n \in \mathbb{Z}^*)$	$nx^{n-1}$	$] -\infty; 0[ \cup ] 0; +\infty[$	$f \times g$	$f' \times g + f \times g'$	
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$	$\frac{f}{g}$	$\frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$	$\forall x \in I, g(x) \neq 0$
$x^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0; +\infty[$	$f^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha f' \times f^{\alpha-1}$	$\forall x \in I, f(x) > 0$

NOM - Numéro d'étudiant - groupe de TD :

ANNEXE à L'EXERCICE 2 : à rendre avec votre copie



## SUJET BLANC

### Question 1

Soit  $A = \frac{5}{18} - \frac{7}{24}$ . Après simplification,  $A$  est égal à :

- A.  $A = \frac{-1}{18}$
- B.  $A = \frac{-1}{36}$
- C.  $A = \frac{-1}{72}$
- D.  $A = \frac{-3}{144}$

### Question 2

Soit  $A = \frac{5 \cdot 10^5}{0,4 \cdot 10^3}$ . Après simplification,  $A$  est égal à :

- A.  $A = 12\,500$
- B.  $A = 1\,250$
- C.  $A = 125$
- D.  $A = 12,5$

### Question 3

Soit  $X = \frac{a^{-1} \times (a^{-2}b^3)^{-2}}{(a^{-3}b)^2}$ . Après simplification,  $X$  est égal à :

- A.  $X = a^{-3}b^{-8}$
- B.  $X = a^{-3}b^{-4}$
- C.  $X = a^9b^{-8}$
- D.  $X = a^9b^{-4}$

### Question 4

Soit  $X = \frac{\sqrt{54}}{12^{2/3}}$ . Après simplification,  $X$  est égal à :

- A.  $X = 2^{-5/6}3^{-1/6}$
- B.  $X = 2^{-5/6}3^{5/6}$
- C.  $X = 2^{11/6}3^{-1/6}$
- D.  $X = 2^{11/6}3^{5/6}$

### Question 5

Soit  $X = \sqrt{12} - \sqrt{75} + 3\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) + \sqrt{3}$ . Après simplification,  $X$  est égal à :

- A.  $X = 9 - 3\sqrt{3}$
- B.  $X = -2\sqrt{3}$
- C.  $X = 3 - 3\sqrt{3}$
- D.  $X = 9 - 5\sqrt{3}$

### Question 6

On considère la fonction affine  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{2x - 5}{3}$ . La droite représentative de  $f$  passe par le point  $M$  de coordonnées :

- A.  $M(2; -5)$
- B.  $M(0; -5)$
- C.  $M(3; 1)$
- D.  $M(-2; -3)$

### Question 7

On considère la fonction affine  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{x}{3} - 5$ . Un vecteur directeur de la droite représentative de  $f$  est  $\vec{u}$  :

- A.  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
- B.  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ -5 \end{pmatrix}$
- C.  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- D.  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

### Question 8

Soient  $f$  la fonction affine vérifiant  $f(2010) = -10$  et  $f(2013) = 20$ , alors l'expression de  $f(x)$  est :

- A.  $f(x) = -10x + 20\,090$
- B.  $f(x) = 10x - 20\,110$
- C.  $f(x) = 0,1x - 211$
- D.  $f(x) = -0,1x + 191$

### Question 9

Le système  $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

- A. a une unique solution  $(2; -1)$
- B. a une unique solution  $(1; -3)$
- C. a une unique solution  $(3; 1)$
- D. a une infinité de solutions

### Question 10

L'ensemble solution de l'inéquation  $(I) : \frac{1}{x} \geq x$  est :

- A.  $\mathcal{S} = [-1; 1]$
- B.  $\mathcal{S} = [-1; 0[ \cup [1; +\infty[$
- C.  $\mathcal{S} = ] - \infty; -1] \cup [1; +\infty[$
- D.  $\mathcal{S} = ] - \infty; -1] \cup ]0; 1]$

PRATIQUE DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

TEST 1 - Corrigé

Exercice 1 - 3,5 points

1. ● 0,5 point  $\forall x > 0, f'_1(x) = \frac{2}{3} + \frac{3}{2x^2}$ .
2. ● 0,5 point  $\forall x \in \mathbb{R}, f'_2(x) = -15x^2 + 8x - 1$ .
3. ● 0,5 point  $\forall x > \frac{1}{2}, f'_3(x) = \frac{-5(2x-1) - 2(3-5x)}{(2x-1)^2} = \frac{-1}{(2x-1)^2}$ .
4. ● 0,5 point  $\forall x \in \mathbb{R}, f'_3(x) = 6x(x^2 + 4)^2$ .
5. ● 1 point  $\forall x > 0, f'_4(x) = \sqrt{x} + \frac{x-6}{2\sqrt{x}} = \frac{3x-6}{2\sqrt{x}}$ .
6. ● 0,5 point  $\forall x < 1,5, f'_5(x) = \frac{2}{3} \times (-3)(2-3x)^{-1/3} = -2(2-3x)^{-1/3}$ .

Exercice 2 - 7,5 points

Soit  $f$  définie et dérivable sur  $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  par

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$$

1. ● 1 point  $\forall x \in \mathcal{D}_f,$

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x+1) - (x^2+2x+5)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+2x+2x+2-x^2-2x-5}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$$

De plus, on vérifie que  $(x-1)(x+3) = x^2 - x + 3x - 3 = x^2 + 2x - 3$ , donc pour tout  $x \neq -1, f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$

2. ● 1,5 point

(1 point)

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$(x-1)$		-	-	- 0 +	
$(x+3)$		- 0 +		+ +	
$(x+1)^2$		+ + 0 + +			
$f'(x)$		+ 0 -    - 0 +			

(0,5 point)

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$		+ 0 -    - 0 +			
$f(x)$		$\nearrow -4 \searrow$		$\searrow 4 \nearrow$	

3. ● **0,5 point** Équation de la tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point  $\Omega(-2; -5)$  :  
 $y = f'(-2)(x + 2) + f(-2)$  soit  $y = -3(x + 2) - 5$  soit  $y = -3x - 11$
4. ● **0,5 point** Approximation affine de  $f$  au voisinage de  $x_0 = -2$  :  
 $f(-2 + h) \approx f(-2) + hf'(-2)$  i.e.  $f(-2 + h) \approx -5 - 3h$
5. ● **0,5 point**  $\mathcal{D}$  passe par  $A(-3; -4)$  et  $B(3; 5)$ .  
 ● **0,5 point** Tracé des deux droites  $T$  et  $\mathcal{D}$ .
6. ● **1 point** Les solutions de l'inéquation  $(I) : f(x) \leq \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$  sont les abscisses des points où  $\mathcal{C}_f$  est sur ou en-dessous de  $\mathcal{D}$ . On lit :  $\mathcal{S} = [-3; -1[ \cup [3 + \infty[$ .
7. ● **2 points**

$$(I) : f(x) \leq g(x) \iff \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1} \leq \frac{3x + 1}{2} \iff \frac{2(x^2 + 2x + 5) - (3x + 1)(x + 1)}{2(x + 1)} \leq 0$$

$$\iff \frac{-x^2 + 9}{2(x + 1)} \leq 0 \iff \frac{(3 - x)(3 + x)}{2(x + 1)} \leq 0.$$

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$(3 - x)$		+	+	+	0 -	
$(3 + x)$		-	0 +	+	+	
$(x + 1)$		-	-	0 +	+	
$f'(x)$		+	0 -		+	0 -

$$\mathcal{S} = [-3; -1[ \cup [3 + \infty[.$$

### Exercice 3 - Q.C.M - 10 points

**SUJET BLANC :** 1 C / 2 B / 3 C / 4 B / 5 D / 6 D / 7 A / 8 B / 9 C / 10 D

**SUJET JAUNE :** 1 B / 2 C / 3 A / 4 D / 5 C / 6 D / 7 A / 8 D / 9 B / 10 C

**SUJET ROSE :** 1 C / 2 C / 3 B / 4 A / 5 D / 6 D / 7 A / 8 B / 9 C / 10 B

**SUJET VERT :** 1 B / 2 B / 3 D / 4 C / 5 B / 6 C / 7 A / 8 D / 9 B / 10 A

