UNIVERSITÉ DE CERGY **Licence d'Économie finance et Gestion**
U.F.R. Economie et Gestion **L1 - S1**

PRATIQUE DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

TEST 1 - Mardi 01 Octobre 2013 - 1h 30 min

CALCULATRICES INTERDITES
LES PORTABLES DOIVENT ÊTRE DÉBRANCHÉS ET RANGÉS.

Exercice 1 - 5 points

Un loueur de véhicules utilitaires propose trois tarifs pour l'un de ces véhicules :
- Tarif A : 50 € par jour de location.
- Tarif B : Une mise à disposition de 200 €, puis 25 € par jour de location.
- Tarif C : Un tarif forfaitaire de 800 € pour toute durée de location inférieure à 30 jours.

On note n, $(1 \leq n \leq 30)$ le nombre de jours de location.

1. On note $f(n)$ le montant total de la location de ce véhicule lorsqu'on utilise le tarif A. De même, on note $g(n)$ le montant total de la location de ce véhicule lorsqu'on utilise le tarif B et $h(n)$ le montant total de la location de ce véhicule lorsqu'on utilise le tarif C.
   Exprimer $f(n), g(n)$ et $h(n)$ en fonction de n.
2. Représenter les courbes de ces fonctions sur le repère joint en annexe page suivante.
3. Par lecture graphique déterminer quel est le tarif le plus intéressant en fonction du nombre de jours de location (Expliquer votre démarche)
4. Retrouver votre résultat précédent en résolvant les inéquations $(I_1)\ :\ f(n) \leq g(n)$ et $(I_2)\ :\ g(n) \leq h(n)$.

Exercice 2 - 5 points

On considère les deux fonctions f et g définies respectivement par $f(x) = \dfrac{x+3}{x-2}$ et $g(x) = x - \dfrac{1}{2}$
Les courbes de ces deux fonctions sont représentées sur la figure en annexe.

1. Déterminer les domaines de définition respectifs de f et de g.
2. Justifier que l'équation $(E)\ :\ f(x) = g(x)$ est équivalente à $(E')\ :\ \dfrac{-2x^2 + 7x + 4}{2(x-2)} = 0$
3. Résoudre algébriquement cette équation (E').
4. Résoudre algébriquement l'inéquation $(I)\ :\ f(x) \geq g(x)$.

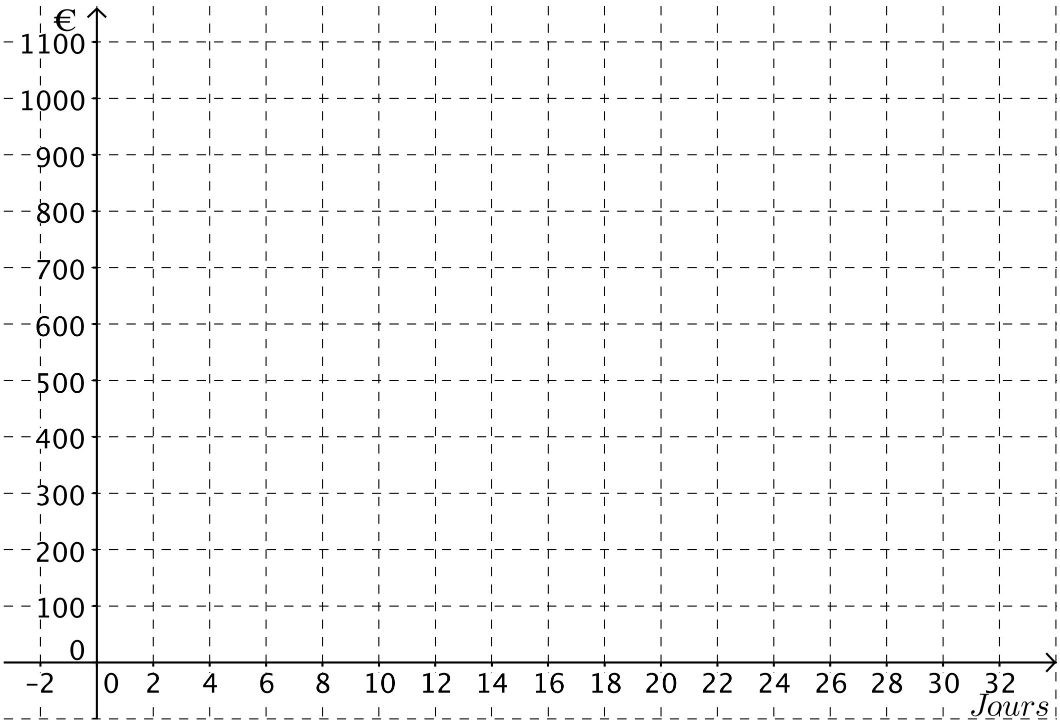
Exercice 3 - Q.C.M - 10 points

Ce Q.C.M. comporte 10 questions. Pour chacune d'entre elles, une seule proposition est juste : cocher **sur la grille de réponses de la couleur de votre énoncé** la case correspondante à l'aide d'un feutre ou d'un stylo noir. A chaque question, correspondent deux lignes de réponses : la seconde ne sera utilisée qu'en cas de « repentir », c-a-d lorsque vous pensez que votre première réponse est fausse, vous pouvez utiliser la seconde ligne pour corriger votre première réponse.

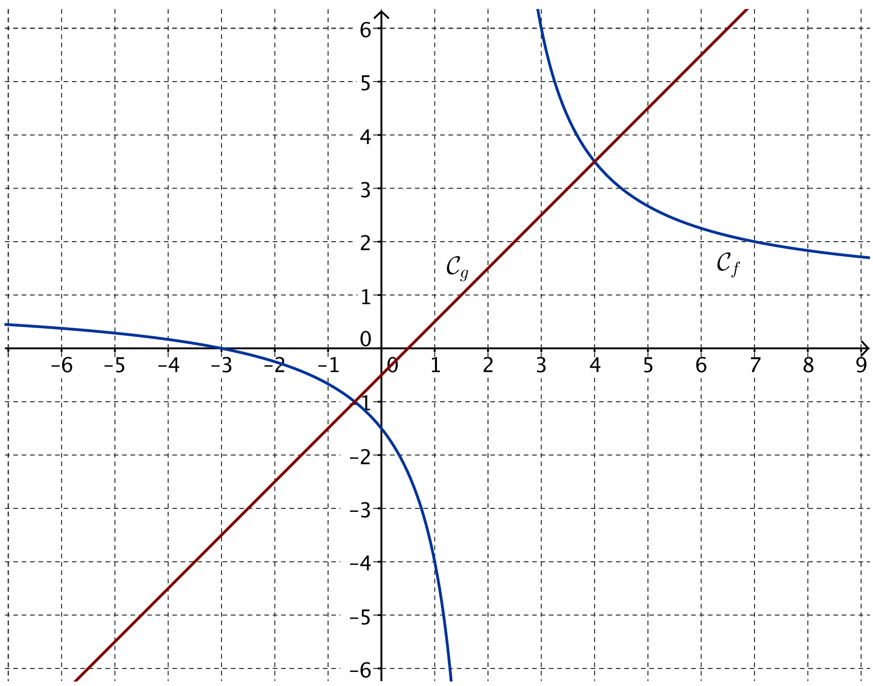
Attention au barème : 1 point par réponse juste, mais $-0,5$ par réponse fausse. L'absence de réponse, ou lorsque toutes les cases d'une question sont cochées est notée 0. En cas de total négatif, la note finale est ramenée à 0/10.

NOM - Numéro d'étudiant - groupe de TD

ANNEXE à L'EXERCICE 1 : à rendre avec votre copie



ANNEXE à L'EXERCICE 2



SUJET BLANC

Question 1

La fonction f définie par $f(x) = -x^3 + 5x$

A. est impaire

B. est paire

C. n'est ni paire ni impaire

Question 2

L'intervalle fermé I centré en -8 et de rayon 3 est :

A. $I = \left[-11; 5\right]$

B. $I = \left[-11; -5\right]$

C. $I = \left[5; 11\right]$

D. $I = \left[-5; 11\right]$

Question 3

La fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x+1}{-x+5} + \dfrac{3}{x+2}$ a pour ensemble de définition :

A. $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-5; 2\}$

B. $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{\ 5; -2\}$

C. $\mathcal{D}_f =]-\infty; -2[\cup]5, +\infty[$

D. $\mathcal{D}_f =]-\infty; -5[\cup]2, +\infty[$

Question 4

La somme $\displaystyle\sum_{i=0}^{4} 3i - 1$ est égale à :

A. 25

B. 24

C. 13

D. 9

Question 5

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = \dfrac{-2}{3}x + \dfrac{1}{3}$. La droite représentative de f passe par les points M_1 et M_2 de coordonnées :

A. $M_1(-1; 1)$ et $M_2(0; 1)$

B. $M_1(3; 1)$ et $M_2(5; -3)$

C. $M_1(-2; 1)$ et $M_2(5; 1)$

D. $M_1(2; -1)$ et $M_2(-1; 1)$

Question 6

Soit f la fonction affine vérifiant $f(-2) = 50$ et $f(4) = -10$, alors l'expression de $f(x)$ est :

A. $f(x) = 10x + 70$

B. $f(x) = -10x + 30$

C. $f(x) = 30x + 10$

D. $f(x) = -30x - 10$

Question 7

On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = -x^2 - x + 3$. Alors la composée $g \circ f$ est définie par :

A. $g \circ f(x) = -2x^2 - 2x + 7$

B. $g \circ f(x) = -4x^2 - 5x - 2$

C. $g \circ f(x) = -4x^2 - 6x + 1$

D. $g \circ f(x) = -4x^2 - 2x + 1$

Question 8

La parabole $\mathcal{P}$ représentative de la fonction f définie par $f(x) = -x^2 - 2x + 5$

A. est ouverte vers le haut.

B. a pour axe de symétrie la droite d'équation $y = -1$

C. a pour sommet $S(1; 2)$

D. a deux points d'intersection avec l'axe (Ox)

Question 9

Soit f une fonction strictement décroissante sur $[-3; 2]$. Alors :

A. $f(-3) \geq f(4)$

B. $f(0) \leq f(1)$

C. Pour tout réel $x \in [-3; 2]$, $f(x) \leq 0$

D. Pour tout réel $x \in [-3; 2]$, $f(x) \leq f(-3)$

Question 10

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + |x| - 1$. L'expression sans valeur absolue de $f(x)$ est :

A. $f(x) = \begin{cases} -x^2 - x - 1 \text{ si } x \leq 0 \\ -x^2 + x - 1 \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$

B. $f(x) = \begin{cases} -x^2 - x - 1 \text{ si } x \leq 0 \\ -x^2 + x + 1 \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$

C. $f(x) = \begin{cases} -x^2 - x - 1 \text{ si } x \leq 0 \\ x^2 + x + 1 \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$

D. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x - 1 \text{ si } x \leq 0 \\ x^2 - x + 1 \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$

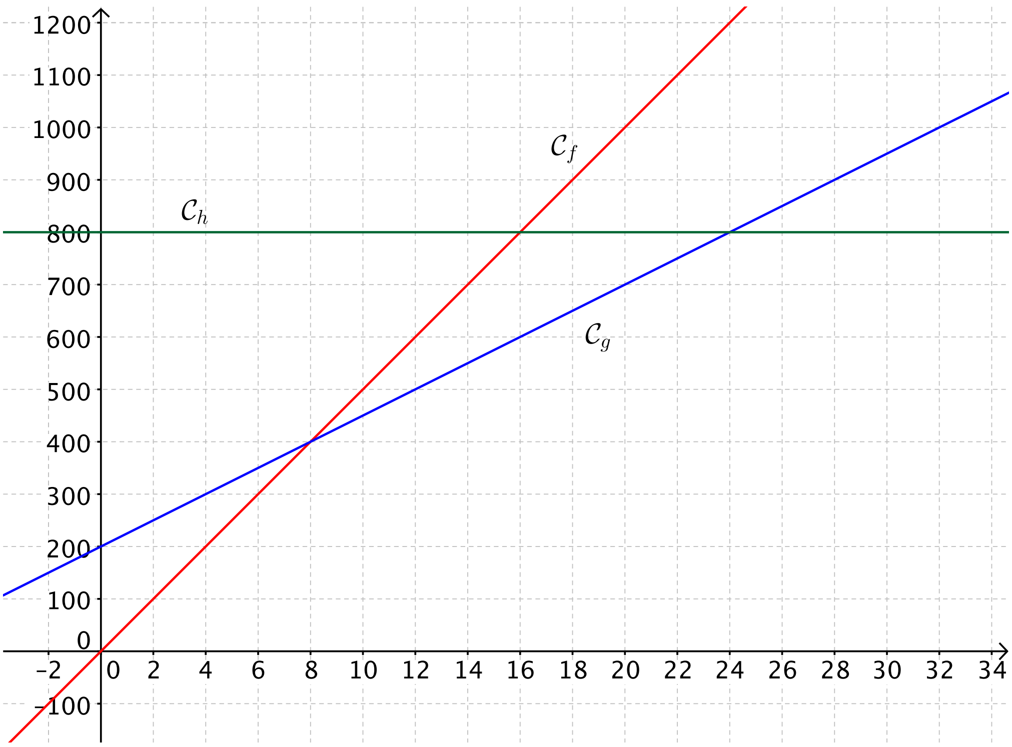
UNIVERSITÉ DE CERGY **Licence d'Économie, finance et Gestion**
U.F.R. Economie et Gestion **L1 - S1**

PRATIQUE DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

TEST 1 - Corrigé

Exercice 1 - 5 points

1. • **0,75 point** On a immédiatement, pour tout $n \in [1;30]$, $f(n) = 50n$, $g(n) = 200 + 25n$ et $h(n) = 800$.
2. • **0,75 point** Représentations graphiques des fonctions f, g et h :



3. • **1 point** Le tarif le plus intéressant se détermine graphiquement lorsque la courbe représentative de ce tarif est en-dessous des autres. Ainsi pour une location entre 1 et 8 jours, il est préférable d'utiliser le tarif A, pour une location entre 8 et 24 jours il est préférable d'utiliser le tarif B, enfin pour une location entre 24 et 30 jours il est préférable d'utiliser le tarif C.
4. • **2,5 points** On résout les inéquations dans l'intervalle $[1;30]$
   Pour déterminer quand le tarif A est préférable au tarif B, on résout l'inéquation $(I_1) \ : \ f(n) \leq g(n) \iff 50n \leq 200 + 25n \iff 25n \leq 200 \iff n \leq \dfrac{200}{25}$ c-a-d pour $n \in [1;8]$
   Pour déterminer quand le tarif B est préférable au tarif C, on résout l'inéquation $(I_2) \ : \ g(n) \leq h(n) \iff 200 + 25n \leq 800 \iff 25n \leq 600 \iff n \leq \dfrac{600}{25}$ c-a-d pour $n \in [1;24]$
   Conclusion : Le tarif A est préférable pour une location de 1 à 8 jours, le tarif B pour une location de 8 à 24 jours et le tarif C pour une location de 24 à 30 jours.

Exercice 2 - 5 points

On considère les deux fonctions f et g définies respectivement par $f(x) = \dfrac{x+3}{x-2}$ et $g(x) = x - \dfrac{1}{2}$

1. **• 0,5 point** $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ et $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$.
2. **• 1 point**

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\iff \frac{x+3}{x-2} = x - \frac{1}{2} \iff \frac{x+3}{x-2} - x + \frac{1}{2} = 0 \\ &\iff \frac{2(x+3) - 2(x-2)x + (x-2)}{2(x-2)} = 0 \\ &\iff \frac{-2x^2+7x+4}{2(x-2)} = 0 \end{aligned}$$

3. **• 1,5 point** $\dfrac{-2x^2+7x+4}{2(x-2)} = 0 \iff -2x^2+7x+4 = 0$ et $x \neq 2$

Le polynôme $P(x) = -2x^2+7x+4$ a pour discriminant $\Delta = 7^2 - 4(-2)(4) = 49 + 21 = 81 = 9^2$: $P(x)$ possède donc deux racines : $x_1 = \dfrac{-7+9}{-4} = \dfrac{-1}{2} \neq 2$ et $x_2 = \dfrac{-7-9}{-4} = 4 \neq 2$. Donc (E) possède deux solutions : $\mathcal{S}_E = \left\{\dfrac{-1}{2} ; 4\right\}$

4. **• 2 points** (I) : $f(x) \geq g(x) \iff \dfrac{-2x^2+7x+4}{2(x-2)} \geq 0$

D'après le calcul précédent, on peut factoriser le numérateur de cette fraction : (I) : $\iff \dfrac{-2(x+\frac{1}{2})(x-4)}{2(x-2)} \geq 0$ et faire un tableau de signes.

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		2		4		$+\infty$
$-2(x+\frac{1}{2})(x-4)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$(x-2)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
fraction		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Conclusion, $\mathcal{S}_I = \left]-\infty ; \dfrac{-1}{2}\right] \cup]2;4]$

Exercice 3 - Q.C.M - 10 points

SUJET BLANC : 1 A / 2 B / 3 B / 4 A / 5 D / 6 B / 7 C / 8 D / 9 D / 10 A