UNIVERSITÉ DE CERGY — **Licence d'Économie et Gestion**
U.F.R. Economie et Gestion — **L1 - S1**

PRATIQUE DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

TEST 1 - Mardi 02 Octobre 2012 - 1h 30 min

CALCULATRICES INTERDITES
LES PORTABLES DOIVENT ÊTRE DÉBRANCHÉS ET RANGÉS.

Exercice 1 - 4 points

Deux taxis se trouvent en concurrence et proposent des tarifs différents :

Le taxi A propose une prise en charge forfaitaire de $2,5$ euros, à laquelle il ajoute $0,7$ euro par kilomètre.

Le taxi B ne prend pas de prise en charge, mais le tarif au kilomètre est de $1,20$ euro.

Soit n le nombre de kilomètres parcourus par un client.

1. Exprimer le montant total en fonction de n, noté $f(n)$, que le client devra débourser s'il prend le taxi A. De même, exprimer le montant total, noté $g(n)$, que le client devra débourser s'il prend le taxi B.
2. Représenter les courbes de f et g dans un même repère. On prendra 1 cm pour 1 kilomètre en abscisse et 1 cm pour 1 euro en ordonnée.
3. Déterminer graphiquement, en fonction de n, quel taxi est le plus avantageux. (Expliquer votre démarche)
4. Retrouver ce résultat par un calcul.

Exercice 2 - 6 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - x + 6$.

1. Tracez la parabole $\mathcal{P}_f$ dans un repère orthonormé d'unité 1 cm : vous préciserez sur votre copie les coordonnées du sommet, l'équation de l'axe de symétrie, les points d'intersection de $\mathcal{P}_f$ avec les axes du repère.
2. Tracer la courbe $\mathcal{P}_g$ de la fonction g définie par $g(x) = x^2$
3. Résoudre **graphiquement** l'équation $(E)\ :\ f(x) = g(x)$
   puis l'inéquation $(I)\ :\ f(x) < g(x)$ (rédiger vos réponses en donnant une explication de votre lecture graphique !)
4. Résoudre **algébriquement** l'équation (E) puis l'inéquation (I).

Exercice 3 - Q.C.M - 10 points

Ce Q.C.M. comporte 10 questions. Pour chacune d'entre elles, une seule proposition est juste : cocher **sur la grille de réponses de la couleur de votre énoncé** la case correspondante à l'aide d'un feutre ou d'un stylo noir. A chaque question, correspondent deux lignes de réponses : la seconde ne sera utilisée qu'en cas de « repentir », c-a-d lorsque vous pensez que votre première réponse est fausse, vous pouvez utiliser la seconde ligne pour corriger votre première réponse.

Attention au barème : 1 point par réponse juste, mais $-0,5$ par réponse fausse. L'absence de réponse, ou lorsque toutes les cases d'une question sont cochées est notée 0. En cas de total négatif, la note finale est ramenée à 0/10.

SUJET JAUNE

Question 1

La fonction f définie par $f(x) = 2x^3 - 4$

A. est paire

B. est impaire

C. n'est ni paire ni impaire

Question 2

L'intervalle fermé I centré en -3 et de rayon 5 est :

A. $I = \Big[2;8\Big]$

B. $I = \Big[-3;2\Big]$

C. $I = \Big[-3;5\Big]$

D. $I = \Big[-8;2\Big]$

Question 3

La fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{-x+5}}$ a pour ensemble de définition :

A. $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{\ 5\}$

B. $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

C. $\mathcal{D}_f = \Big]-\infty, 5\Big[$

D. $\mathcal{D}_f = \Big]5, +\infty\Big[$

Question 4

La somme $\displaystyle\sum_{i=0}^{4} i^2 - 2i + 1$ est égale à :

A. 5

B. 6

C. 14

D. 15

Question 5

On considère le tableau suivant :

Valeurs x_i	4	5	8	10
Effectif n_i	3	6	7	4

Calculez la moyenne $\overline{x}$ de ces valeurs :

A. $6,7$

B. $6,8$

C. $6,9$

D. 7

Question 6

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = \dfrac{x}{3} - \dfrac{5}{3}$. La droite représentative de f passe par les points M_1 et M_2 de coordonnées :

A. $M_1(-2;1)$ et $M_2(5;0)$
B. $M_1(2;-1)$ et $M_2(5;0)$
C. $M_1(-1;-2)$ et $M_2(0;5)$
D. $M_1(2;-1)$ et $M_2(0;5)$

Question 7

Soit f la fonction affine vérifiant $f(-2) = 10$ et $f(8) = -100$, alors l'expression de $f(x)$ est :

A. $f(x) = 11x + 32$
B. $f(x) = 9x + 28$
C. $f(x) = -11x - 12$
D. $f(x) = -9x - 8$

Question 8

On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x - 1$ et $g(x) = -x^2 + 2x + 1$. Alors la composée $g \circ f$ est définie par :

A. $g \circ f(x) = -x^2 + 2x$
B. $g \circ f(x) = -x^2 + 4x - 2$
C. $g \circ f(x) = -x^2 + 2x - 2$
D. $g \circ f(x) = -x^2 + x - 1$

Question 9

Les solutions de l'inéquation (I) : $\dfrac{-2x}{x+1} \geq 0$ sont :

A. $\left]-\infty;-1\right[\cup \left[0;+\infty\right[$
B. $\left]-\infty;-1\right[\cup \left[2;+\infty\right[$
C. $\left]-1;0\right]$
D. $\left]-1;2\right]$

Question 10

Les solutions de l'inéquation (I) : $x^2 - 4 > -3x$ sont :

A. $\left]-\infty;-4\right[\cup \left]1;+\infty\right[$
B. $\left]-\infty;-1\right[\cup \left]4;+\infty\right[$
C. $\left]-4;1\right[$
D. $\left]-1;4\right[$

SUJET ROSE

Question 1

La fonction f définie par $f(x) = 2x^2 - 4$

A. est paire

B. est impaire

C. n'est ni paire ni impaire

Question 2

L'intervalle fermé I centré en 3 et de rayon 5 est :

A. $I = \left[3; 8\right]$

B. $I = \left[3; 5\right]$

C. $I = \left[-2; 8\right]$

D. $I = \left[-2; 5\right]$

Question 3

La fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x-5}}$ a pour ensemble de définition :

A. $\mathcal{D}_f = \left]-\infty, 5\right[$

B. $\mathcal{D}_f = \left]5, +\infty\right[$

C. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

Question 4

La somme $\displaystyle\sum_{i=0}^{4} i^2 - 2i - 1$ est égale à :

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Question 5

On considère le tableau suivant :

Valeurs x_i	4	5	8	10
Effectif n_i	3	4	7	6

Calculez la moyenne $\overline{x}$ de ces valeurs :

A. $7,2$

B. $7,3$

C. $7,4$

D. $7,5$

Question 6

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = \frac{x}{3} - \frac{2}{3}$. La droite représentative de f passe par les points M_1 et M_2 de coordonnées :

A. $M_1(-2;0)$ et $M_2(5;1)$
B. $M_1(2;0)$ et $M_2(5;1)$
C. $M_1(-1;-1)$ et $M_2(0;2)$
D. $M_1(2;0)$ et $M_2(0;2)$

Question 7

Soit f la fonction affine vérifiant $f(-2) = -10$ et $f(8) = 100$, alors l'expression de $f(x)$ est :

A. $f(x) = 11x + 12$
B. $f(x) = 9x + 28$
C. $f(x) = -11x - 32$
D. $f(x) = -9x - 8$

Question 8

On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x + 1$ et $g(x) = -x^2 + 2x - 1$. Alors la composée $g \circ f$ est définie par :

A. $g \circ f(x) = -x^2 + 2x$
B. $g \circ f(x) = -x^2$
C. $g \circ f(x) = -x^2 + 4x$
D. $g \circ f(x) = -x^2 + x - 1$

Question 9

Les solutions de l'inéquation (I) : $\dfrac{-2x}{x-1} \geq 0$ sont :

A. $\left[0;1\right[$
B. $\left]1;2\right]$
C. $\left]-\infty;0\right] \cup \left]1;+\infty\right[$
D. $\left]-\infty;1\right[\cup \left[2;+\infty\right[$

Question 10

Les solutions de l'inéquation (I) : $x^2 - 4 > 3x$ sont :

A. $\left]-\infty;-4\right[\cup \left]1;+\infty\right[$
B. $\left]-\infty;-1\right[\cup \left]4;+\infty\right[$
C. $\left]-4;1\right[$
D. $\left]-1;4\right[$

SUJET BLANC

Question 1

La fonction f définie par $f(x) = 2x^3 - 4$

A. est impaire

B. est paire

C. n'est ni paire ni impaire

Question 2

L'intervalle fermé I centré en -3 et de rayon 5 est :

A. $I = \Big[-8; 2\Big]$

B. $I = \Big[-3; 5\Big]$

C. $I = \Big[-3; 2\Big]$

D. $I = \Big[2; 8\Big]$

Question 3

La fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{-x+5}}$ a pour ensemble de définition :

A. $\mathcal{D}_f = \Big]-\infty, 5\Big[$

B. $\mathcal{D}_f = \Big]5, +\infty\Big[$

C. $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{5\}$

D. $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

Question 4

La somme $\displaystyle\sum_{i=0}^{4} i^2 - 2i + 1$ est égale à :

A. 13

B. 14

C. 15

D. 16

Question 5

On considère le tableau suivant :

Valeurs x_i	4	5	8	10
Effectif n_i	3	6	7	4

Calculez la moyenne $\overline{x}$ de ces valeurs :

A. $6,7$

B. $6,9$

C. $7,1$

D. $7,3$

Question 6

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = \frac{x}{3} - \frac{5}{3}$. La droite représentative de f passe par les points M_1 et M_2 de coordonnées :

A. $M_1(-1;-2)$ et $M_2(0;5)$
B. $M_1(2;-1)$ et $M_2(0;5)$
C. $M_1(-2;1)$ et $M_2(5;0)$
D. $M_1(2;-1)$ et $M_2(5;0)$

Question 7

Soit f la fonction affine vérifiant $f(-2) = 10$ et $f(8) = -100$, alors l'expression de $f(x)$ est :

A. $f(x) = -11x - 12$
B. $f(x) = -9x - 8$
C. $f(x) = 11x + 32$
D. $f(x) = 9x + 28$

Question 8

On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x - 1$ et $g(x) = -x^2 + 2x + 1$. Alors la composée $g \circ f$ est définie par :

A. $g \circ f(x) = -x^2 + 2x - 2$
B. $g \circ f(x) = -x^2 + x - 1$
C. $g \circ f(x) = -x^2 + 2x$
D. $g \circ f(x) = -x^2 + 4x - 2$

Question 9

Les solutions de l'inéquation (I) : $\frac{-2x}{x+1} \geq 0$ sont :

A. $\left]-1;0\right]$
B. $\left]-1;2\right]$
C. $\left]-\infty;-1\right[\cup \left[0;+\infty\right[$
D. $\left]-\infty;-1\right[\cup \left[2;+\infty\right[$

Question 10

Les solutions de l'inéquation (I) : $x^2 - 4 > -3x$ sont :

A. $\left]-4;1\right[$
B. $\left]-1;4\right[$
C. $\left]-\infty;-4\right[\cup \left]1;+\infty\right[$
D. $\left]-\infty;-1\right[\cup \left]4;+\infty\right[$

SUJET VERT

Question 1

La fonction f définie par $f(x) = 2x^2 - 4$

A. est impaire

B. est paire

C. n'est ni paire ni impaire

Question 2

L'intervalle fermé I centré en 3 et de rayon 5 est :

A. $I = \left[-2;5\right]$

B. $I = \left[-2;8\right]$

C. $I = \left[3;5\right]$

D. $I = \left[3;8\right]$

Question 3

La fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x-5}}$ a pour ensemble de définition :

A. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

C. $\mathcal{D}_f = \left]-\infty, 5\right[$

D. $\mathcal{D}_f = \left]5, +\infty\right[$

Question 4

La somme $\displaystyle\sum_{i=0}^{4} i^2 - 2i - 1$ est égale à :

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

Question 5

On considère le tableau suivant :

Valeurs x_i	4	5	8	10
Effectif n_i	3	4	7	6

Calculez la moyenne $\overline{x}$ de ces valeurs :

A. $7,2$

B. $7,4$

C. $7,6$

D. $7,8$

Question 6

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = \dfrac{x}{3} - \dfrac{2}{3}$. La droite représentative de f passe par les points M_1 et M_2 de coordonnées :

A. $M_1(-1;-1)$ et $M_2(0;2)$
B. $M_1(2;0)$ et $M_2(0;2)$
C. $M_1(-2;0)$ et $M_2(5;1)$
D. $M_1(2;0)$ et $M_2(5;1)$

Question 7

Soit f la fonction affine vérifiant $f(-2) = -10$ et $f(8) = 100$, alors l'expression de $f(x)$ est :

A. $f(x) = -11x - 32$
B. $f(x) = -9x - 8$
C. $f(x) = 11x + 12$
D. $f(x) = 9x + 28$

Question 8

On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x) = x + 1$ et $g(x) = -x^2 + 2x - 1$. Alors la composée $g \circ f$ est définie par :

A. $g \circ f(x) = -x^2 + 4x$
B. $g \circ f(x) = -x^2 + x - 1$
C. $g \circ f(x) = -x^2 + 2x$
D. $g \circ f(x) = -x^2$

Question 9

Les solutions de l'inéquation (I) : $\dfrac{-2x}{x-1} \geq 0$ sont :

A. $\left]-\infty;0\right] \cup \left]1;+\infty\right[$
B. $\left]-\infty;1\right[\cup \left[2;+\infty\right[$
C. $\left[0;1\right[$
D. $\left]1;2\right]$

Question 10

Les solutions de l'inéquation (I) : $x^2 - 4 > 3x$ sont :

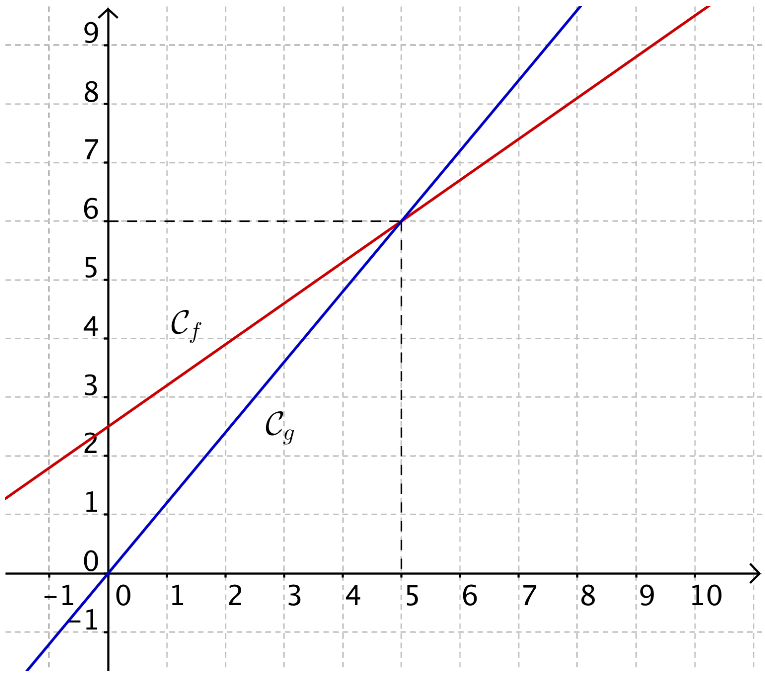
A. $\left]-4;1\right[$
B. $\left]-1;4\right[$
C. $\left]-\infty;-4\right[\cup \left]1;+\infty\right[$
D. $\left]-\infty;-1\right[\cup \left]4;+\infty\right[$

PRATIQUE DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

TEST 1 - Corrigé

Exercice 1 - 4 points

1. • **1 point** $f(n) = 2,5 + 0,7n$ et $g(n) = 1,2n$
2. • **1 point**



3. • **1 point** La courbe de g est sous la courbe de f pour des valeurs entières de n comprises entre 0 et 5 : le client devra prendre le taxi B pour des courses inférieurs à 5 km et le taxi A pour des courses de plus de 5 km.
4. • **1 point** On résout l'inéquation $f(n) < g(n)$ soit $2,5+0,7n < 1,2n$; on trouve $n > 5$. Donc le taxi A est plus avantageux pour des courses de 5 km ou plus.

Exercice 2 - 7 points

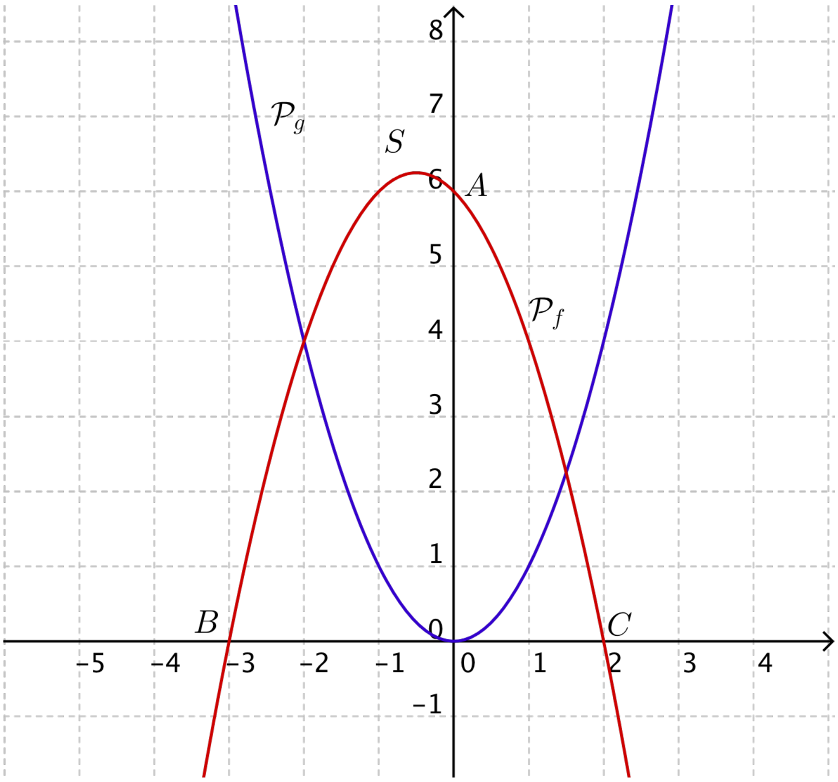
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - x + 6$.

1. • **2 points : 0,5 point pour le sommet, 0,25 point pour l'axe de symétrie, 0,25 point pour A et 1 point pour B et C**

   D'après le cours, le sommet de $\mathcal{P}_f$ est $S\left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ soit $S\left(\frac{-1}{2}; \frac{25}{4}\right)$, l'axe de symétrie de $\mathcal{P}_f$ est la droite D d'équation $x = \frac{-1}{2}$.

$\mathcal{P}_f$ coupe l'axe (Oy) en $A(0;6)$ et $\mathcal{P}_f$ coupe l'axe (Oy) si l'équation $(e)\ :\ f(x)=0$ admet des solutions réelles. Le discriminant de (e) est $\Delta = 25 > 0$: (e) possède donc deux solutions réelles : $x_1 = -3$ et $x_2 = 2$. Donc $B(-3;0)$ et $C(2;0)$ sont les deux points d'intersection de $\mathcal{P}_f$ et de l'axe (Oy).

2. **• 1,5 point : 1 point pour $\mathcal{P}_f$ et 0,5 point pour $\mathcal{P}_g$**
   Voir graphique : $\mathcal{P}_g$ est la parabole d'équation $y = x^2$
3. **• 0,5 point pour la rédaction et les explications**
   • 0,5 point Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{P}_f$ et $\mathcal{D}_g$: $S_E = \{-2; 1,5\}$
   • 0,5 point Les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ sont les abscisses des points de $\mathcal{P}_f$ lorsque celle-ci est en-dessous de $\mathcal{P}_g$: $S_I = \big] -\infty; -2\big[\cup \big] 1,5; +\infty\big[$.
4. **• 1 point** $(E)\ :\ f(x) = g(x) \Leftrightarrow -x^2 - x + 6 = x^2 \Leftrightarrow -2x^2 - x + 6 = 0$. Cette dernière équation a pour discriminant $\Delta = 49$, et possède donc deux solutions : -2 et $1,5$ donc $S_E = \{-2; 1,5\}$.
   • 1 point $(I)\ :\ f(x) < g(x) \Leftrightarrow -x^2 + 4x + 5 < 0 \Leftrightarrow x \in \big] -\infty; -2\big[\cup \big] 1,5; +\infty\big[$.
   $S_I = \big] -\infty; -2\big[\cup \big] 1,5; +\infty\big[$.



Exercice 3 - Q.C.M - 10 points

SUJET JAUNE : 1C / 2D / 3C / 4D / 5C / 6B / 7C / 8B / 9C / 10A

SUJET ROSE : 1A / 2C / 3B / 4C / 5C / 6B / 7A / 8B / 9A / 10B

SUJET BLANC : 1C / 2A / 3A / 4C / 5B / 6D / 7A / 8D / 9A / 10C

SUJET VERT : 1B / 2B / 3D / 4B / 5B / 6D / 7C / 8D / 9C / 10D