

Exercice 1 :

$$y_1 = K_1^{0,2} L_1^{0,8} \qquad y_2 = K_2^{0,8} L_2^{0,2} \qquad k_i = \frac{K_i}{L_i}$$

1) On sait qu'à l'optimum :

$$PmL_i = \frac{w_i}{p_i} \qquad PmK_i = \frac{w_i}{p_i} \qquad \frac{w_i}{r_i} = \frac{p_1}{p_2}$$

On veut k_i en fonction de $\frac{w_i}{r_i}$, le seul lien commun qu'ont facteur et prix des facteurs est la productivité marginale.

Etape 1 : Calculer PmL_i & PmK_i .

Etape 2 : Faire apparaitre k_i .

Etape 3 : Se servir des relations du dessus pour répondre à la question.

Etape 1 & 2 :

$$PmK_1 = 0,2 \left(\frac{L_1}{K_1}\right)^{0,8} \leftrightarrow PmK_1 = 0,2 \left(\frac{K_1}{L_1}\right)^{-0,8} \leftrightarrow PmK_1 = 0,2k_1^{-0,8}$$

$$PmL_1 = 0,8k_1^{0,2} \qquad PmL_2 = 0,2k_2^{0,8} \qquad PmK_2 = 0,8k_2^{-0,2}$$

Etape 3 :

$$PmL_1 = \frac{w_1}{p_1} \leftrightarrow \frac{w_1}{p_1} = 0,8k_1^{0,2} \qquad PmK_1 = \frac{r_1}{p_1} \leftrightarrow \frac{r_1}{p_1} = 0,2k_1^{-0,8}$$

On divise les deux équations.

$$\frac{\frac{w_1}{p_1}}{\frac{r_1}{p_1}} = \frac{0,8k_1^{0,2}}{0,2k_1^{-0,8}} \leftrightarrow \frac{w_1}{r_1} = 4k_1 \leftrightarrow k_1 = \frac{w_1}{4r_1}$$

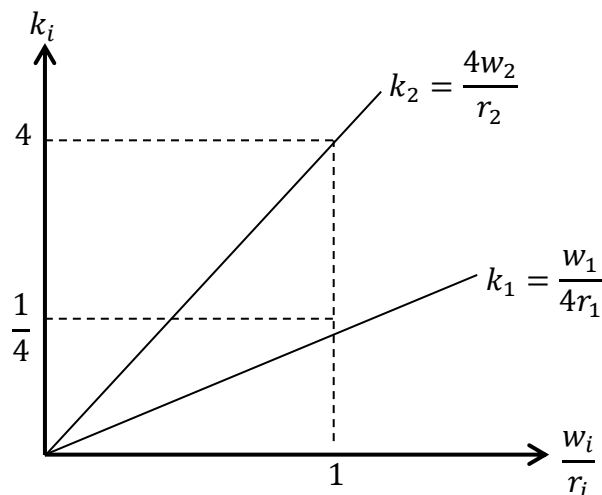
On fait pareil pour le bien 2, et on trouve :

$$k_2 = \frac{4w_2}{r_2}$$

Pour la représentation graphique, il nous faut deux droites et pour chaque droite deux points :

Quand $\frac{w_i}{r_i} = 0 \rightarrow k_1 = 0$ & $k_2 = 0$

Quand $\frac{w_i}{r_i} = 1 \rightarrow k_1 = \frac{1}{4}$ & $k_2 = 4$



2) Rappel: $\frac{w_i}{r_i} = \frac{p_1}{p_2}$

$$\frac{w_i}{r_i} = \frac{1}{p}$$

3) $K = 800 \quad L = 400$

On va chercher $\frac{w_i}{r_i}$ et $\frac{1}{p}$ tel qu'on met tout les facteurs dans une seule industrie. Comme si on se spécialisait.

Ca peut embrouiller pour les 2 questions suivantes, comprenez bien que la on fait comme si on se spécialisait !! D'où des rémunérations de facteur différent.

Bien 1 :

$$K_1 = 800 \quad L_1 = 400 \quad k_1 = \frac{800}{400} = 2$$

$$k_1 = \frac{w_1}{4r_1} \leftrightarrow 2 = \frac{w_1}{4r_1} \leftrightarrow \frac{w_1}{r_1} = 8 \quad \frac{1}{p} = \frac{w_1}{r_1} \leftrightarrow p = \frac{1}{8}$$

Bien 2 :

$$K_2 = 800 \quad L_2 = 400 \quad k_2 = \frac{800}{400} = 2$$

$$k_2 = \frac{4w_2}{r_2} \leftrightarrow 2 = \frac{4w_2}{r_2} \leftrightarrow \frac{w_2}{r_2} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{p} = \frac{w_2}{r_2} \leftrightarrow p = 2$$

Si $p > \frac{1}{8}$, le pays se spécialise dans le bien 2.

Si $p < 2$, le pays se spécialise dans le bien 1.

4) $d_1 = by \quad b = 0,75 \quad \frac{K}{L} = 2$

$$\frac{w}{r} = \left[\frac{0,2(1-b) + 0,8b}{0,8(1-b) + 0,2b} \right] \times K/L$$

$$\frac{w}{r} = 1,86 \times 2 \leftrightarrow \frac{w}{r} = 3,714$$

$$\text{Rappel: } k_1 = \frac{w_1}{4r_1} \quad k_2 = \frac{4w_2}{r_2}$$

$$k_1 = \frac{1}{4} \times 3,714 = 0,92 \quad k_2 = 4 \times 3,714 = 14,857$$

$$PmL_1 = 0,8k_1^{0,2} = \frac{w_1}{p_1} \quad PmL_2 = 0,2k_2^{0,8} = \frac{w_2}{p_2} \quad p_1 = 1 \quad \text{et } w_1 = w_2$$

$$w_1 = 0,8k_1^{0,2} \quad w_2 = 0,2k_2^{0,8} \times p_2$$

$$w_1 = w_2 \leftrightarrow 0,8k_1^{0,2} = 0,2k_2^{0,8} \times p_2 \leftrightarrow 0,80 \times 0,92^{0,2} = 0,2 \times 14,857^{0,8} \times p_2$$

$$\leftrightarrow p_2 = 0,454$$

$$w_1 = 0,8 \times 0,92^{0,2} \approx 0,788 \quad w_2 = 0,2 \times 14,857^{0,8} \times 0,454 \approx 0,788$$

On fait pareil pour le taux d'intérêt.

$$r_1 = r_2 \leftrightarrow 0,2k_1^{-0,8} = 0,8pk_2^{-0,2} \leftrightarrow r_1 = r_2 = 0,212$$

5) Théorème de Stolper Samuelson : L'ouverture à l'échange améliore la rémunération réelle des détenteurs du facteur abondant alors qu'elle détériore celle des détenteurs du facteur rare.

Théorème Hecksher-Ohlin : Les pays tendent à exporter les biens pour lesquels la production est intensive dans les facteurs dont ils sont dotés avec plus d'abondance.

Cours : Quand deux pays s'ouvrent au commerce international il y a une tendance à la convergence des prix et le nouveau se trouvera entre les 2. Mais c'est valable quand on a 2 pays ou que le pays qui va s'ouvrir est suffisamment grand pour inonder le marché international. Ce qui n'est pas le cas ici, et quand c'est un petit pays, le prix reste le même.

Mais quand c'est un petit pays, le prix va rester le même.

On sait que le bien 2 est intensif en capital et le bien 1 intensif au travail.

Car $k_2 > k_1$

Intuitivement : Si en rajoutant un travailleur (toute chose égale par ailleurs) on augmente davantage la production qu'en rajoutant une machine ça montre que le bien produit est intensif en travail. Pour être plus concret, prenons une ferme ; doublé les effectifs augmentera peu la production alors que doubler la surface augmentera davantage la production que l'action précédente ; et pour cause les biens agricoles sont intensif en terre.

Là il va exporter le bien 2 car à l'étranger $\frac{p_2^*}{p_1^*} = 0,6$ alors que $\frac{p_2}{p_1} = 0,455$.

Le Théorème Hecksher-Ohlin est vérifié.

Même fonction de demande dans les 2 pays, d'où la possibilité de comparaison des prix.

On sait qu'ils (les autres pays) sont moins bien dotés en capital, car le prix relatif du bien 2 est plus élevé à l'international. Passé de 0,455 à 0,6 ça veut dire qu'en terme relatif le prix du bien 1 a baissé pour le pays domestique, donc les gens sont content puisqu'ils préfèrent le bien 1 (voir consigne, $d_1 = 0,75y$).

Là on va vérifier le théorème de Stolper-Samuelson :

$$w_1 = w_2 \text{ avec } k_1 = k_2$$

Fourquoi ? Parce qu'on est dans un même pays, les salaires et capitaux par travailleurs peuvent pas être différent au sein de celui-ci sinon tous les salariés vont dans le secteur qui paient le plus et en diminuent les salaires jusqu'à ce que ça s'équilibre, etc...

$$0,8k_1^{0,2} = 0,2 k_2^{0,8} \times p \leftrightarrow 0,8k_1^{0,2} = 0,2 k_1^{0,8} \times p \leftrightarrow \frac{0,8k_1^{0,2}}{0,2k_1^{0,8}} = p \leftrightarrow 4k_1^{-0,6} = p$$

$$\text{Or } 4k_1 = \frac{w_1}{r_1} = \frac{w}{r}$$

$$\leftrightarrow p = \left(\frac{w}{r}\right)^{-0,6} \rightarrow 0,6 = \left(\frac{w}{r}\right)^{-0,6}$$

$$\frac{w}{r} = 2,343$$

$$2,343 < 3,714$$

$$k_1 = \frac{1}{4} \times \frac{w}{r} = 0,585$$

$$k_2 = 4 \times \frac{w}{r} = 9,371$$

$$w = 0,8k_1^{0,2} = 0,2 p k_2^{0,8} = 0,72$$

$$r = 0,2k_1^{-0,8} = 0,8p k_2^{-0,2} = 0,311$$

La rémunération du capital a augmenté et celle du travail diminuée donc le théorème est vérifié.

Non il n'en dépend pas.

Exercice 2 :

Première chose, vérifié si les rendements sont constant ; si ce n'est pas le cas ça ne correspond pas à un HOS. Car c'est une hypothèse du modèle.

$$y_1 = K_1^{0,25} L_1^{0,75} \quad y_2 = K_2^{0,75} L_2^{0,25}$$

$$K_A = 80 \quad L_A = 80 \quad K_B = 30 \quad L_B = 70$$

1) On calcul les PmL et les PmK, etc comme l'exercice précédent.

$$0,75k_1^{0,25} = w_1 \quad 0,25pk_2^{0,75} = w_2$$

$$0,25k_1^{-0,75} = r_1 \quad 0,75pk_2^{-0,25} = r_2$$

$$k_1 = \frac{1}{3} \times \frac{w_1}{r_1} \leftrightarrow 3k_1 = \frac{w_1}{r_1} \quad k_2 = 3 \times \frac{w_2}{r_2} \leftrightarrow \frac{1}{3}k_2 = \frac{w_2}{r_2}$$

$$\frac{w_1}{r_1} = \frac{1}{p} \leftrightarrow \left(\frac{w_1}{r_1}\right)^{-1} = p \quad \frac{w_2}{r_2} = \frac{1}{p} \leftrightarrow \left(\frac{w_2}{r_2}\right)^{-1} = p$$

Comme pour l'exercice précédent, étant donné qu'on est dans un même pays :

$$w_1 = w_2 \quad k_1 = k_2$$

$$0,75k_1^{0,25} = 0,25pk_2^{0,75}$$

$$\leftrightarrow 3k_1^{-0,5} = p \quad (\text{On aurait pu remplacer } k_1 \text{ par } k_2 \text{ ca aurait rien changé !})$$

$$p = \left(\frac{w}{r}\right)^{-0,5}$$

2) $D_{1j} = 0,5Y_j \quad D_{2j} = 0,5Y_j \times p$

Les paiements de facteurs doivent internaliser la demande : $\frac{w}{r} = [y(b)] \times \frac{K}{L}$

On sait que le prix est fonction des coûts donc prix des facteurs $p = f\left(\frac{w}{r}\right)$

$$K_{1j} + K_{2j} = K_j \quad L_{1j} + L_{2j} = L_j$$

$$a_{K1}Y_1 + a_{K2}Y_2 = K \quad a_{L1}Y_1 + a_{L2}Y_2 = L$$

(Rappel : $a_{L1} = \frac{L_1}{Y_1}$ voir l'exercice 1.)

$$a_{L1} = \frac{L_1}{Y_1} = \frac{L_1}{K_1^{0,25} L_1^{0,75}} = \frac{L_1^{0,25}}{K_1^{0,25}} = k_1^{-0,25}$$

$$a_{K1} = k_1^{0,75} \quad a_{L2} = k^{-0,75} \quad a_{K2} = k_2^{0,25}$$

On remplace les k_i par ce qu'on a trouvé au dessus.

$$a_{L1} = \left(\frac{1w}{3r}\right)^{-0,25} \quad a_{K1} = \left(\frac{1w}{3r}\right)^{0,75}$$

$$a_{L2} = \left(\frac{3w}{r}\right)^{-0,75} \quad a_{K2} = \left(\frac{3w}{r}\right)^{0,25}$$

$$b = 0,5 \quad 1 - b = 0,5$$

On va utiliser les b pour pouvoir remplacer qu'à la fin

$$D_{1j} = bY_j \leftrightarrow Y_j = \frac{D_{1j}}{b}$$

$$p = \frac{1-b}{D_{2j}} \times Y_j$$

$$p = \frac{1-b}{b} \times \frac{D_{1j}}{D_{2j}}$$

En autarcie : $D_{1j} = Y_{1j} \quad D_{2j} = Y_{2j}$

$$p = \frac{1-b}{b} \times \frac{Y_{1j}}{Y_{2j}} \quad (1)$$

$$p = \left(\frac{w}{r}\right)^{-0,5} \quad (2)$$

On égalise :

$$(1) = (2)$$

$$\left(\frac{w}{r}\right)^{-0,5} = \frac{1-b}{b} \times \frac{Y_{1j}}{Y_{2j}}$$

(On passe Y_{2j} et $\frac{1-b}{b}$ de l'autre côté.)

$$\leftrightarrow Y_{1j} = \frac{b}{1-b} \times \left(\frac{w}{r}\right)^{-0,5} \times Y_{2j}$$

« A partir de la je suis bloqué ^^ ! Si quelqu'un trouve comment on passe à ce qu'il y a la dessous, qu'il hésite pas à prévenir ;) ! »

$$\left(\frac{w}{r}\right)^{0,25} \times Y_{2j} \left[3^{-0,75} \times \frac{b}{1-b} + 3^{0,25} \right] = K_j \quad k_1 = \frac{1}{3} \times \frac{w}{r}$$

$$\left(\frac{w}{r}\right)^{-0,75} \times Y_{2j} \left[3^{0,25} \times \frac{b}{1-b} + 3^{-0,75} \right] = L_j \quad k_2 = \frac{3w}{r}$$

$$\frac{w}{r} = \frac{K}{L}$$

On fait ça parce que la seule chose qui fait la différence dans HO c'est K & L,

Dans HO les prix sont toujours fonction de K & L.

$$\frac{K_j}{L_j} = \frac{1,754 \left(\frac{w}{r}\right)^{0,25}}{1,754 \left(\frac{w}{r}\right)^{-0,75}}$$

$$\frac{K_j}{L_j} = \left(\frac{w}{r}\right)^{0,25 - (-0,75)} \leftrightarrow \frac{K}{L} = \frac{w}{r}$$

$$p_j = \left(\frac{w}{r}\right)^{-0,5} \leftrightarrow p_j = \left(\frac{K_j}{L_j}\right)^{0,5}$$

$$P_A = \left(\frac{80}{80}\right)^{-0,5} = 1$$

$$P_B = \left(\frac{30}{70}\right)^{-0,5} = 1,53$$

On le vérifie car le pays intensif en capital exporte le bien intensif en capital.

3) (On change de paramètre b, un spécifique à chaque pays.)

$$D_{1A} = 0,25Y_A$$

$$D_{1B} = 0,9Y_B$$

(Loi de proportion des facteurs HO)

Rappel :

$$\frac{K}{L} = \frac{\left(\frac{w}{r}\right)^{0,25} \times Y_2 \left[3^{-0,75} \times \frac{b}{1-b} + 3^{0,25}\right]}{\left(\frac{w}{r}\right)^{-0,75} \times Y_2 \left[3^{0,25} \times \frac{b}{1-b} + 3^{-0,75}\right]}$$

$$\frac{b_A}{1-b_A} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{b_B}{1-b_B} = 9$$

$$\frac{K_A}{L_A} = \frac{1,462}{0,877} \times \left(\frac{w}{r}\right) \rightarrow \frac{w}{r} = \frac{0,6K_A}{L_A} \rightarrow P_A = 1,29$$

Pas étonnant que le prix soit plus élevé car la préférence est plus prononcée pour le bien 2

$P_B = 1$ Forte préférence pour le bien 1 donc faible pour le bien 2 donc le prix du bien 2 est moins élevé.

4) Le modèle est basé sur les différences de dotations factorielles donc si on permet la migration et circulation des facteurs ça change K/L.

Sachant que le capital se déplace vers les lieux où il est le mieux rémunéré

$$w_1 = w_2$$

$$0,75k_1^{0,25} = 0,25pk^{0,75}$$

$$p = \left(\frac{w}{r}\right)^{-0,5}$$

$$k_1 = \frac{1}{3} \times \frac{w}{r}$$

$$k_2 = \frac{3w}{r}$$

(Si y a libre circulation des capitaux r est le même, si y a libre circulation des travailleurs w sont les mêmes)

Libre circulation du capital :

$$k_{1A} = \frac{1}{3} \times \frac{w_A}{r} \quad k_{1B} = \frac{1}{3} \times \frac{w_B}{r} \quad k_2 = \frac{3w}{r}$$

$$(P_A)^{-2} = \frac{w_A}{r} \rightarrow k_{1A} = \frac{1}{3} (P_A)^{-2}$$

$$k_{1B} = \frac{1}{3} (P_B)^{-2}$$

$$\frac{K}{L} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{w_A}{r} = \frac{80}{80} = 1$$

$$\frac{w_B}{r} = \frac{30}{70} = 0,4285$$

On veut savoir dans quel sens va la circulation des capitaux :

$$r = 0,25k^{-0,75} \quad r = 0,25 \left(\frac{W}{r}\right)^{-0,75}$$

$$k = \frac{W}{r}$$

Pour le pays A avant ouverture :

$$r_A = 0,25 \times (1)^{-0,75} = 0,25 \quad r_B = 0,25 \times (0,4285)^{-0,75} = 0,47$$

$$r_A < r_B$$

Pas étonnant car le pays B est le moins capitalistique.

Après ouverture :

$$r_A = r_B \Leftrightarrow 0,25k_{1A}^{-0,75} = 0,25k_{1B}^{-0,65} \quad \Leftrightarrow k_{1A} = k_{1B}$$

Si on permet la libre échange des capitaux ou des travailleurs, on a le même résultat qu'en ouverture commerciale dans le modèle HO. On a une égalisation de tout. Suffit d'ouvrir un seul facteur de production. Du point de vue de HO c'est juste un échange de dotation factorielle

Les vecteurs des prix, terme de l'échange restent les même.