

# Cours De Microéconomie

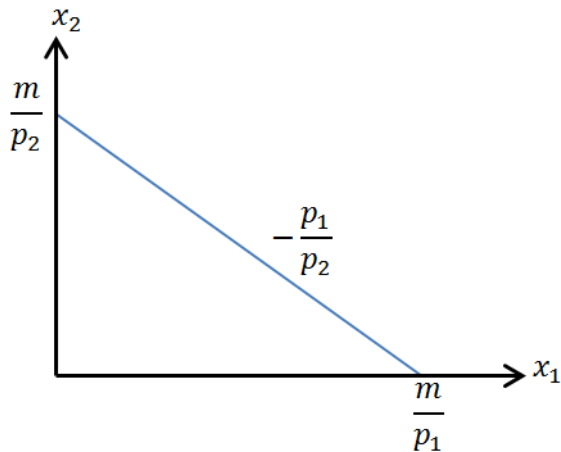
**Walid**

## Le comportement du consommateur :

Un panier est généralement simplifié et limité à deux biens ( $x_1, x_2$ ).  $x_1$  et  $x_2$  sont des nombres appartenant à  $R^+$ . On suppose que le consommateur observe deux autres choses: Le prix des biens  $(p_1, p_2) > 0$  et le montant de son revenu  $m > 0$ . Il y a aussi une contrainte, la contrainte budgétaire:  $p_1 * x_1 + p_2 * x_2 \leq m$

Les paniers accessibles au consommateur sont ceux dont le cout est inférieur à  $m$ .

L'ensemble budgétaire: Ensemble des paniers accessibles pour des prix et un revenu «  $m$  » donnés.



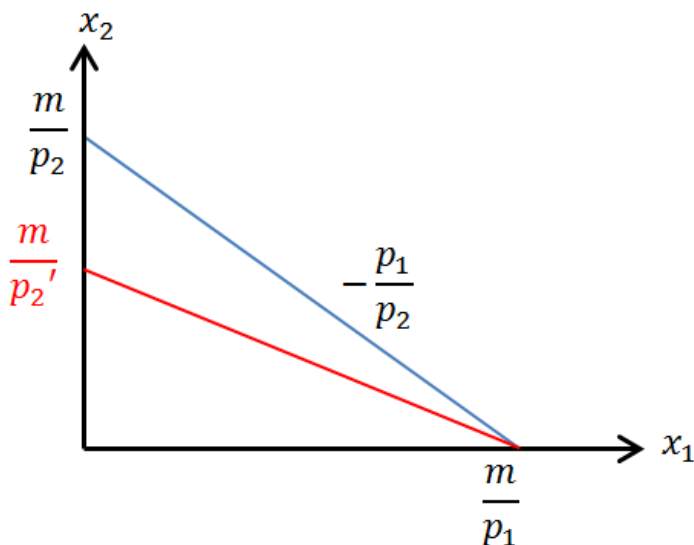
$$p_1 * x_1 + p_2 * x_2 = m \Leftrightarrow p_2 * x_2 = m - p_1 * x_1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} * x_1 \quad [1]$$

$$\text{Si } x_2 = 0 \text{ donc à partir de [1] on a : } 0 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} * x_1 \Leftrightarrow \frac{m}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} * x_1 \Leftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1}$$

$$-\frac{p_1}{p_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \text{ Taux auquel le marché est prêt à substituer du bien 1 au bien 2.}$$

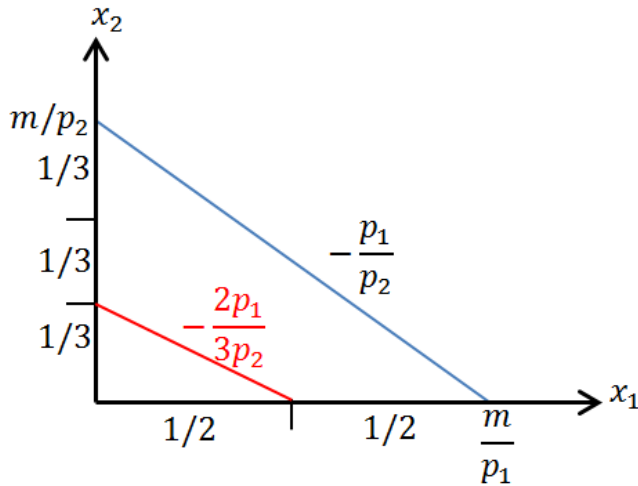
Question 20 du poly :

On note le nouveau prix du bien 2 :  $p_2'$  ; et on sait que  $p_2' > p_2$  donc  $\frac{m}{p_2} > \frac{m}{p_2'}$



Question 21 du poly :

$$\left| -\frac{p_1}{p_2} \right| > \left| -\frac{2 * p_1}{3 * p_2} \right|$$



Question 22 du poly :

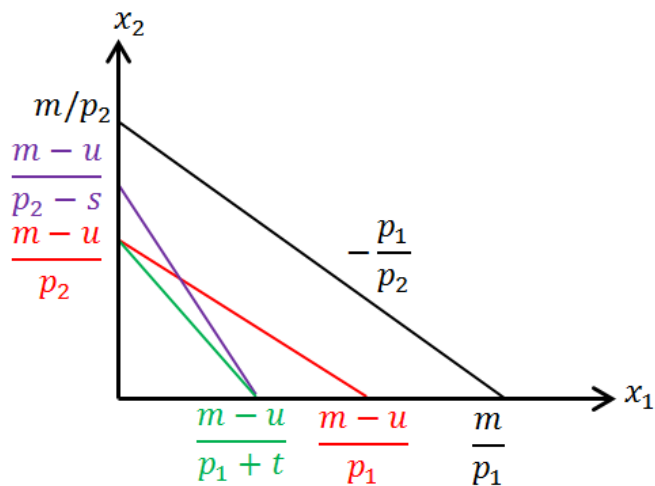
Soit cette proportion :  $\pi > 0$

$$p_1 * x_1 + p_2 * x_2 = m \Leftrightarrow \pi p_1 * x_1 + \pi p_2 * x_2 = \pi m \Leftrightarrow p_1 * x_1 + p_2 * x_2 = m$$

Donc la droite budgétaire ne bouge pas.

Question 23 du poly :

- 1) Soit  $u > 0$  la taxe sur le revenu ;  $m$  devient  $m-u$ .  
Nouvelle droite budgétaire en bleu.
- 2) Soit  $t > 0$  la taxe à l'unité sur le bien 1 ;  $p_1$  devient  $p_1+t$ .  
Nouvelle droite budgétaire en vert.
- 3) Soit  $s > 0$  la subvention/subside à l'unité sur le bien 2 ;  $p_2$  devient  $p_2-s$ .  
Nouvelle droite budgétaire en violet.



**Courbe d'indifférence:** Ensemble des paniers de bien pour lequel l'individu est indifférent.

X, Y et Z sont trois paniers de biens et non trois biens.

*[Le signe légèrement préféré n'existe pas sur Word, à la place je mets :  $\geq$  ou  $\leq$ ]*

**Complétude:** Les consommateurs peuvent comparer et classer tous les paniers possibles.

Mathématiquement :  $\forall X, Y$  soit  $X \geq Y$  et  $Y \geq X$  alors  $X \sim Y$

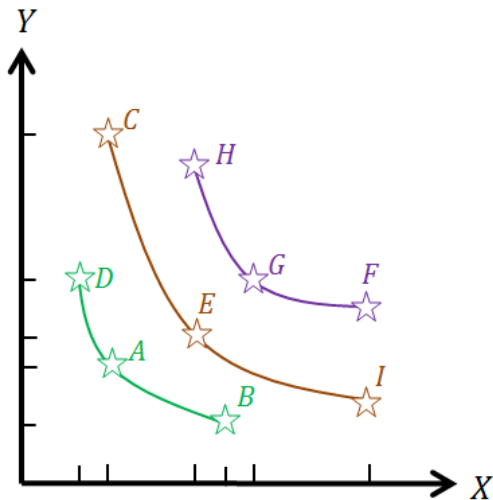
**Transitivité:** Si un consommateur préfère le panier X au panier Y et le panier Y au panier Z alors, il préfère le panier X au panier Z.

Mathématiquement :  $\forall X, Y, Z$  si  $X \geq Y$  et  $Y \geq Z \rightarrow X \geq Z$

**Réflexivité:** Tout panier étant indifférent à lui-même, on peut affirmer que tout panier est préféré ou indifférent à lui-même.

Mathématiquement :  $\forall X: X \geq X$

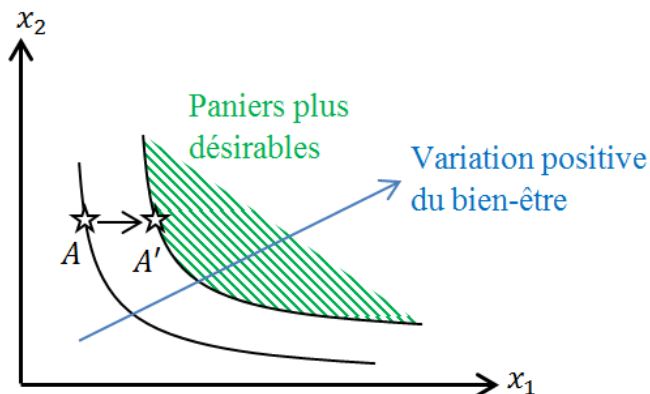
Question 7 du poly :



On suppose que le consommateur a une préférence « normal », monotone donc il préfère consommer plus que moins ; si ce n'était pas le cas on n'aurait pas pu relier les points.

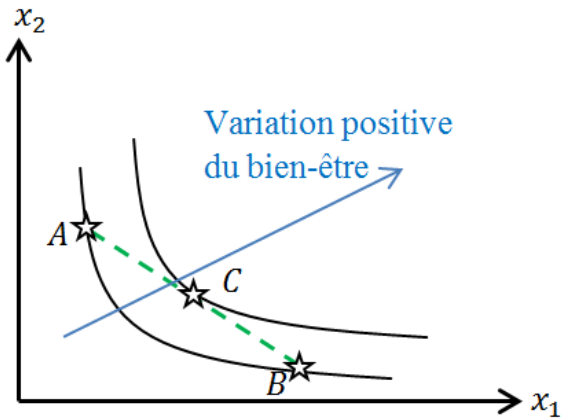
**Monotonicité :** Le consommateur préfère toujours un panier comportant plus de bien à un panier en comportant moins.

Mathématiquement : Si  $x_1 > y_1$  et  $x_2 > y_2 \rightarrow (x_1, x_2) > (y_1, y_2)$



Le consommateur préfère le panier A' au panier A car il contient plus de bien ; et préfère tous les paniers hachuré en vert au panier A' pour la même raison ; donc plus il en a plus il est content.

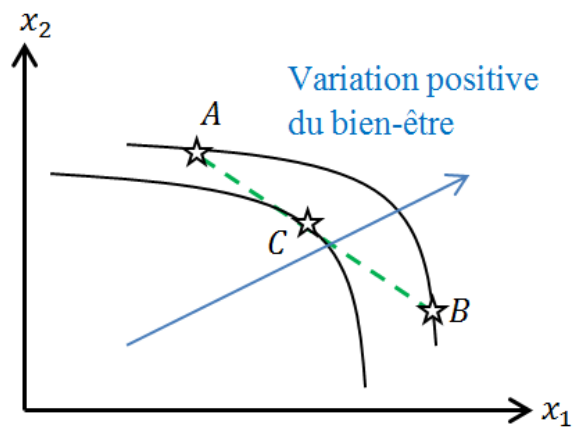
La convexité.



Soit un C un panier intermédiaire à A et B.

Une courbe est convexe quand  $A \sim B$ ;  $C \geq A$  et  $C \geq B$ . C est sur une courbe d'indifférence plus haute.

La concavité.



Soit un C un panier intermédiaire à A et B.

Une courbe est concave quand  $A \sim B$ ;  $C \leq A$  et  $C \leq B$ . C est sur une courbe d'indifférence plus basse.

Question 2 du poly :

Oui elle est transitive et complète.

Question 3 du poly :

Non complète car y a un problème si deux personnes ont la même taille, on a trouvé un contre-exemple tel que on ne peut pas comparer deux pairs. Pas réflexive, car je ne peux pas être strictement plus grand que moi-même. C'est transitive; car si  $A > B$  et  $B > C$  alors  $A > C$ .

Question 4 du poly :

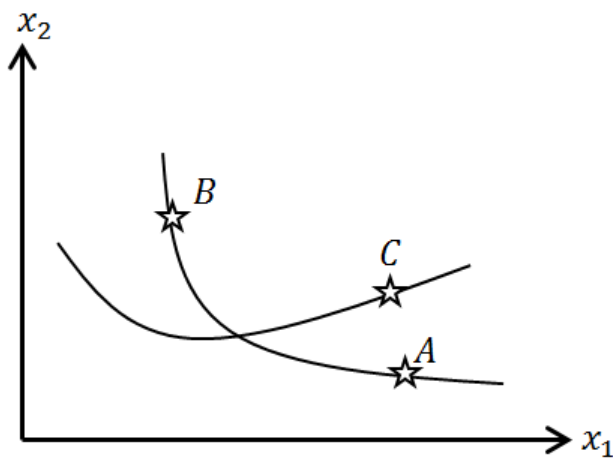
Non complète car si A est plus grand et moins rapide que B on est coincé

Oui c'est transitif car si A plus grand et plus rapide que B; B plus grand et rapide que C alors A plus grand et rapide que C. Oui c'est réflexive car je suis au moins plus grand et au moins plus rapide que moi-même, lol.

Question 5 du poly :

a) Non b) Oui c) Oui d) Non

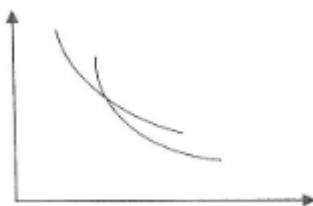
Question 8 du poly :



Deux courbes d'indifférence ne peuvent pas se couper car :

$A \sim B$ ;  $B \sim C$  et  $A \sim C$  car A et B ; B et C, et A et C sont sur la même courbe d'indifférence. Hors c'est strictement impossible car on voit que  $C > A$  graphiquement. Deux courbes d'indifférences ne peuvent donc pas se croiser.

Question 9 du poly :

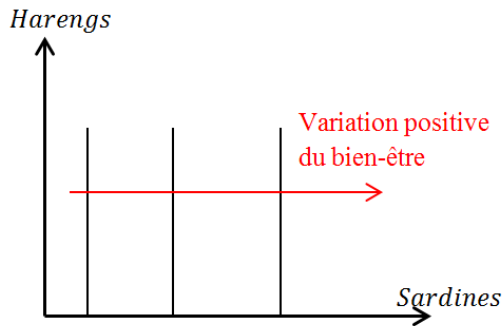


C'est bizarre mais possible si le consommateur n'a pas des préférences monotone ; la courbe d'indifférence peut être de n'importe quelle forme, ça dépend du consommateur.

## Un bien neutre.

C'est un bien dont le consommateur ne se préoccupe pas du tout ; qu'il en est peu ou énormément ça ne change rien à son bien être

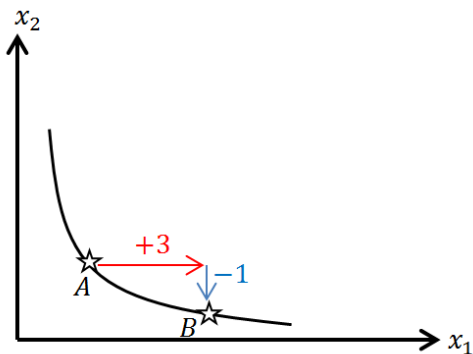
Ici le hareng est un bien neutre et la sardine un bien normal.



On voit que si la quantité de hareng augmente, le bien être n'augmente pas.

## Taux marginal de substitution [TMS] du bien 1 au bien 2.

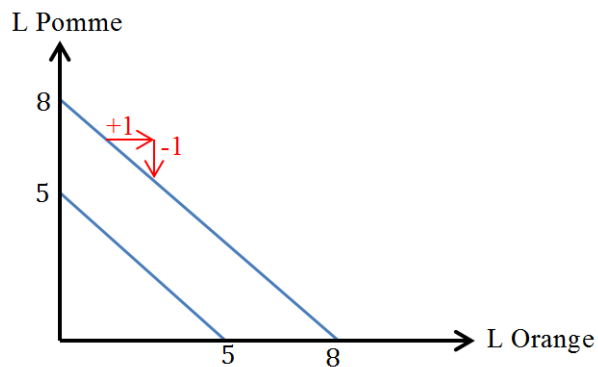
A combien d'unités du bien 2 le consommateur doit renoncer pour augmenter d'une unité sa consommation de bien 1 et garder le même niveau de satisfaction.



$$TMS = \left| \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \right| = \left| \frac{-1}{+3} \right| = \frac{1}{3}$$

Pour avoir une unité de bien 2 supplémentaire, il faut renoncer à 3 unités de bien 1 ; et pour avoir une unité de bien 1 supplémentaire, il faut renoncer à  $\frac{1}{3}$  d'unité de bien 2.

## Substituts parfaits.

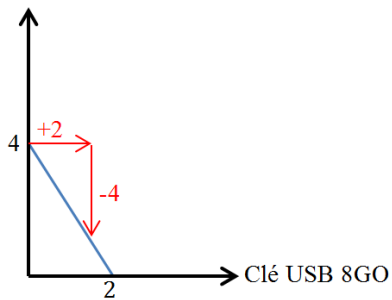


$$TMS = \left| \frac{\Delta L \text{ de jus de pomme}}{\Delta L \text{ de jus d'orange}} \right| = \left| \frac{-1}{+1} \right| = 1$$

Des biens sont des substituts parfaits quand le TMS de l'un à l'autre est constant ; constant ne veut pas dire forcément égal à 1.

Par exemple :

Clé USB 16Go



$$TMS = \left| \frac{\Delta \text{Clé USB 16Go}}{\Delta \text{Clé USB 8Go}} \right| = \left| \frac{-4}{+2} \right| = 2$$

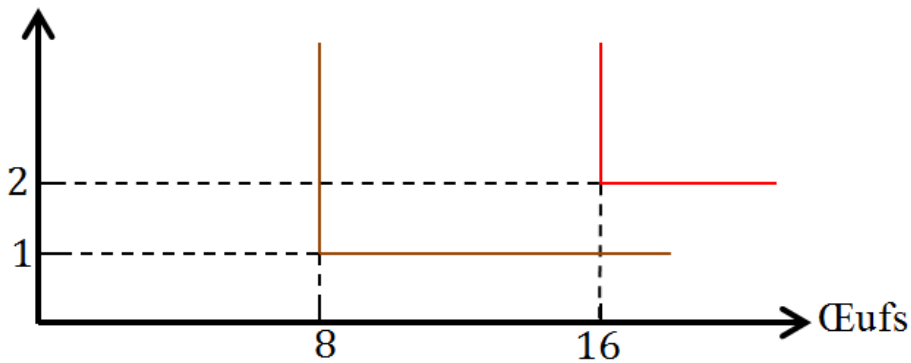
Ce sont des substituts parfaits car le TMS de l'un à l'autre est toujours constant, ici 2.



Compléments parfaits.

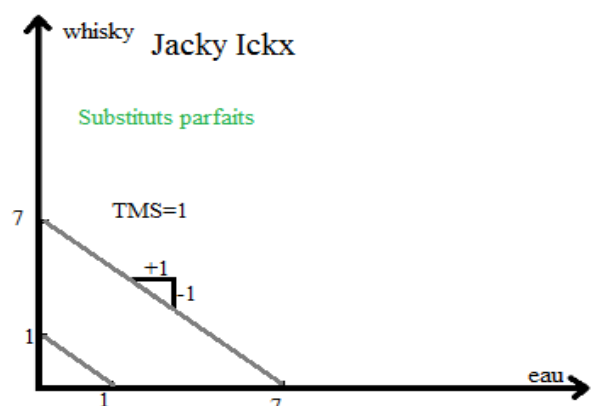
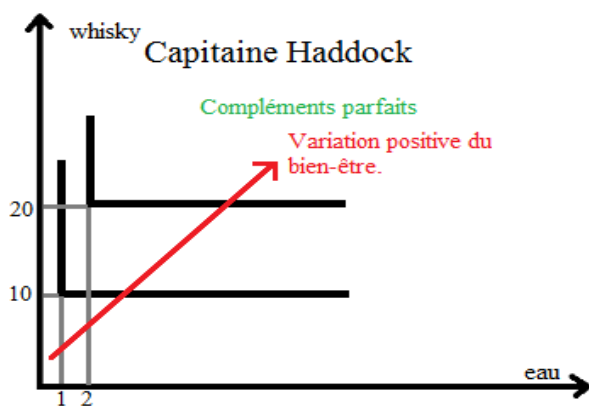
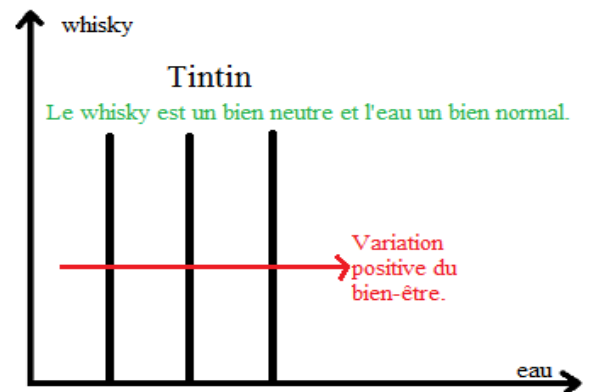
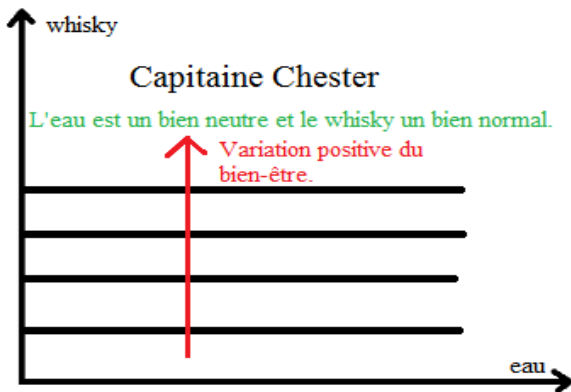
Imaginons une recette de crêpe : Pour en faire une il faut 8 œufs et 1L de lait.

L de lait



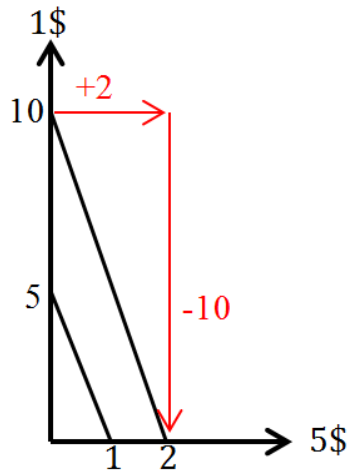
Question 10 du poly :

Le capitaine Chester n'aime que le whisky pur, l'eau minérale ne lui apporte aucune satisfaction. Tintin, quant à lui, ne boit pas d'alcool, mais exclusivement de l'eau minérale. Le capitaine Haddock, par contre, n'apprécie que le mélange de whisky et d'eau minérale tel qu'il y a dix fois plus de whisky que d'eau minérale. Jacky Ickx ne considère ces deux boissons que comme deux liquides équivalents dont la seule fonction possible est de remplir le radiateur de sa voiture. Représentez sur quatre graphes différents les courbes d'indifférence eau-whisky de ces quatre personnages.



Question 16 du poly :

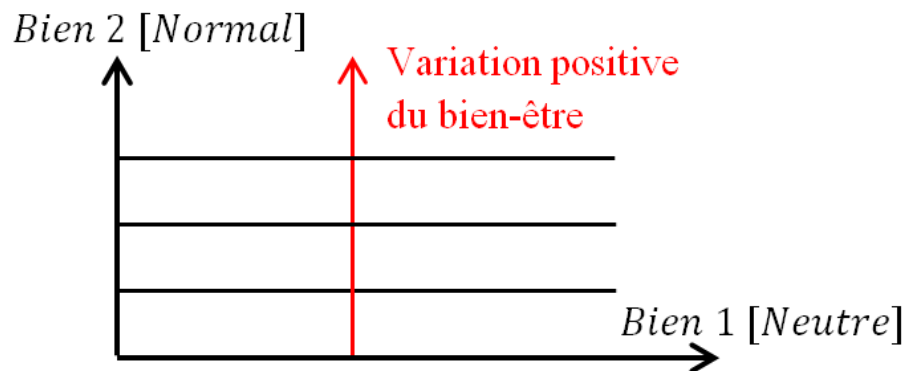
TMS des billets de 5\$ aux billets de 1\$.



$$TMS = \left| \frac{\Delta \text{Billets de 1\$}}{\Delta \text{Billets de 5\$}} \right| = \left| \frac{-10}{+2} \right| = 5$$

Question 17 du poly :

TMS du bien 1 neutre au bien 2 normal.



$$TMS = \left| \frac{\Delta \text{Bien 2}}{\Delta \text{Bien 1}} \right| = \left| \frac{0}{1} \right| = 0$$

Les préférences du consommateur : Utilité.

Quand on affecte à chaque panier une valeur numérique qui permet d'associer à chaque Courbe d'indifférence (CI) un niveau de satisfaction.

On a la fonction d'utilité :  $u(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$

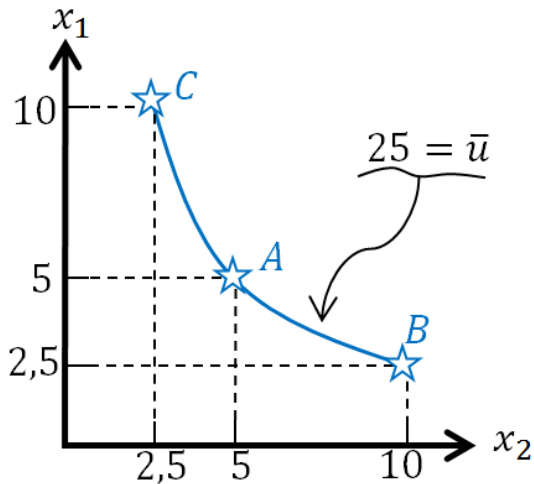
Panier	Aliments ( $x_1$ )	Vêtements ( $x_2$ )	Utilité
A	8	3	$u(8, 3) = 8 + 3 * 2 = 14$
B	6	4	$u(6, 4) = 6 + 2 * 4 = 14$

**La fonction d'utilité:** Relation qui associe un niveau d'utilité à chaque panier de biens.

Soit  $u(x_1, x_2) = x_1 \times x_2$

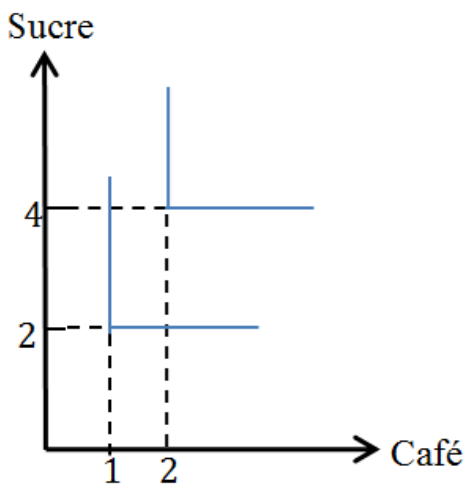
Panier	$x_1$	$x_2$	Utilité
A	5	5	25
B	10	2,5	25
C	2,5	10	25

(On ne compare les niveaux de bien être de deux individus différents.) On en déduit la courbe :



On doit déduire du graphique suivant une fonction d'utilité.

[ $x_1$  la quantité de café et  $x_2$  la quantité de sucre.]



$$\text{Min}\{2x_1; x_2\} \Leftrightarrow 2x_1 = x_2$$

Pour vérifier la fonction :  $x_1 = 1 \rightarrow x_2 = 2x_1 \rightarrow x_2 = 2$

La fonction est vérifiée car quand on a une unité de bien 1 (café), il faut 2 unités de bien 2 (sucre).

$$\text{Donc } u(x_1, x_2) = \text{Min}\{2x_1; x_2\}$$

### La notion de variable marginale.

#### Utilité marginale de la consommation de bien X:

La valeur d'utilité supplémentaire pour un accroissement infinitésimal de la quantité de bien X consommé.

$$\frac{\text{Utilité de } |x + \Delta x| - \text{Utilité de } x}{\Delta x} = \frac{u|x + \Delta x| - u(x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u|x + \Delta x| - u(x)}{\Delta x} = \frac{\delta u(x)}{\delta x} = \text{Utilité marginale}$$

#### **Exemple :**

$$u(x_1, x_2) = x_1^2 \times x_2^2 \quad A(x_1 = 2, x_2 = 3)$$

Quel est l'utilité marginale du bien 1 ?

$$\frac{\delta u(x_1, x_2)}{\delta x_1} = 2x_1 \times x_2^2$$

Au panier A, l'Umg [Utilité marginale] du bien 1 est  $2 \times 2 \times 3^2 = 36$

Quel est l'utilité marginale du bien 2 ?

$$\frac{\delta u(x_1, x_2)}{\delta x_2} = 2x_2 \times x_1^2$$

Au panier A, l'Umg du bien 2 est  $3 \times 2 \times 2^2 = 24$

#### Taux marginale de substitution [TMS] :

$$d u(x_1, x_2) = 0 \Leftrightarrow \frac{\delta u}{\delta x_1} \times dx_1 + \frac{\delta u}{\delta x_2} \times dx_2 = 0$$

$$\Delta_u = 0 \Leftrightarrow Umg_1 \times \Delta x_1 + Umg_2 \times \Delta x_2 = 0 \Leftrightarrow Umg_1 \times \Delta x_1 = -Umg_2 \times \Delta x_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{Umg_1}{Umg_2}$$

$$TMS_{1,2} = \left| \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \right| = \frac{Umg_1}{Umg_2}$$

Question 18 du poly :

a) A combien d'unités du bien 2 le consommateur doit renoncer pour augmenter d'une unité sa consommation de bien 1 et garder le même niveau d'utilité.

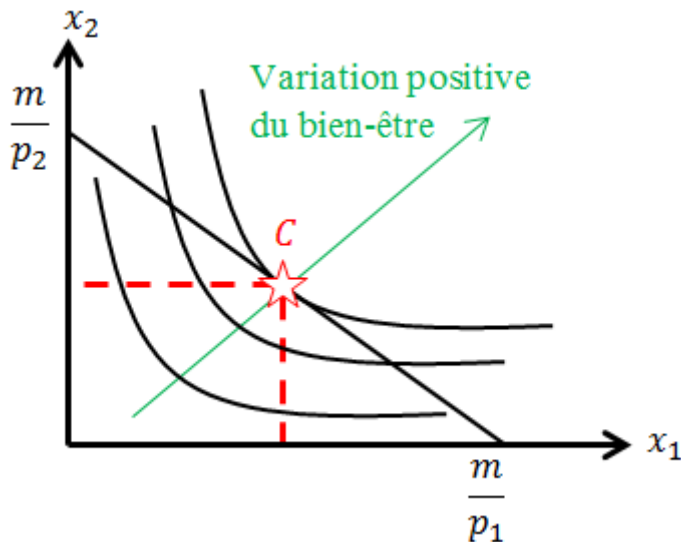
$$c) du = \frac{\delta u}{\delta x_1} \times dx_1 + \frac{\delta u}{\delta x_2} \times dx_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{dx_2}{dx_1} = \left| \frac{-\delta u / \delta x_1}{\delta u / \delta x_2} \right| = \frac{Um_{g_1}}{Um_{g_2}} = TMS_{1,2}$$

d) Ici :  $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} \times x_2^{1/2}$

$$TMS_{1,2} = \frac{-\delta u / \delta x_1}{\delta u / \delta x_2} = \frac{1/2 \times x_1^{-1/2} \times x_2^{1/2}}{1/2 \times x_1^{1/2} \times x_2^{-1/2}} = x_1^{-1} \times x_2 = \frac{x_2}{x_1}$$

e) Le TMS du panier initial est de  $\frac{x_2}{x_1} = 9/4$ .

Question 25 du poly :



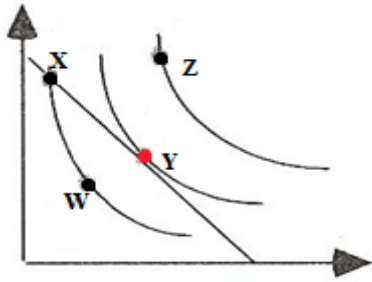
$m = p_1 \times x_1 + p_2 \times x_2$  où  $m$  est le revenu.

C : Choix optimal    En C :  $\left| \frac{-p_1}{p_2} \right| = TMS_{1,2} = \left| \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \right|$

Pente :  $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{\delta u / \delta x_1}{\delta u / \delta x_2}$

Condition suffisante si les préférences sont convexes et monotones car ça ne marche pas si elles ne le sont pas.

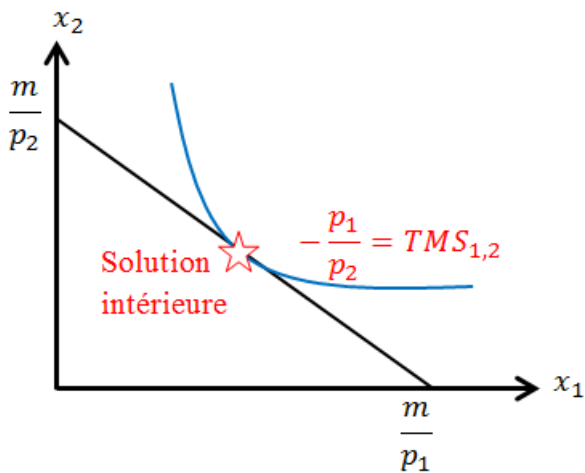
Question 26 du poly :



Y : Choix optimal. X : Non car il peut maximiser son utilité avec le même argent.  
 W : Pas optimal car ne maximise pas son utilité sous contrainte budgétaire → Sous la droite budgétaire. Z : Inaccessible avec le budget.

Question 27 du poly :

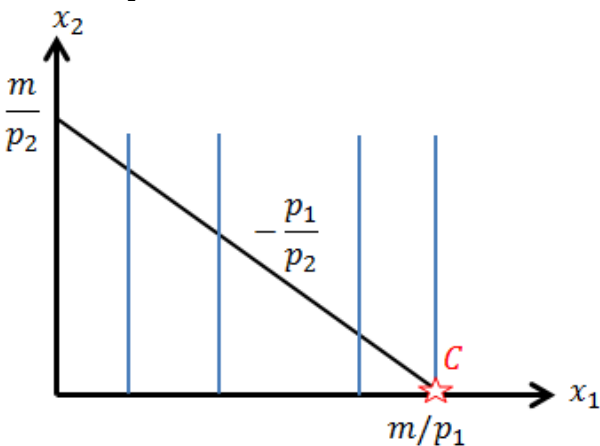
La condition  $TMS_{1,2} = p_1/p_2$  est nécessaire si la solution est intérieure et si les CI sont non coudés.  
 Solution intérieure :  $x^*_1, x^*_2 > 0$  Les courbes d'indifférences sont non coudées.



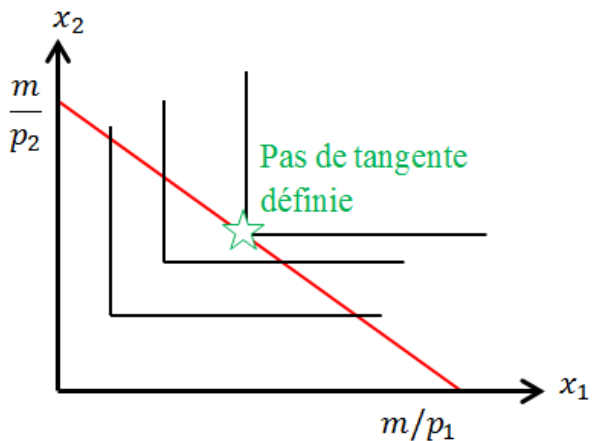
Soit  $x^*_2 = 0$

Dans le cas d'un panier avec un bien neutre la condition n'est pas respectée car en C :

$TMS_{1,2} > \frac{p_1}{p_2}$  Pourtant C est le choix optimal.

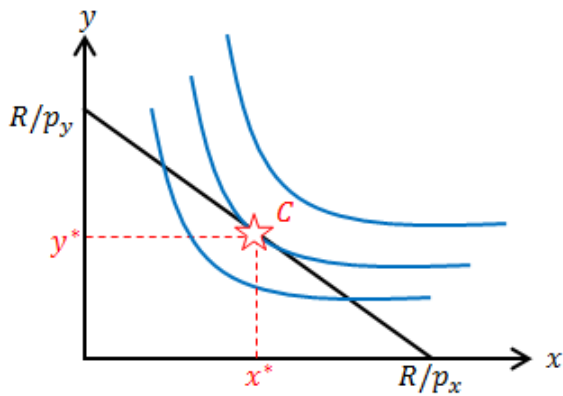


Courbes d'indifférences coudées :



Question 28 du poly :

a) [R, le revenu ; c'est pareil que m.] CI



b)  $p_x \times x + p_y \times y = R \Leftrightarrow p_y \times y = R - p_x \times x \Leftrightarrow y = \frac{R}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} \times x$

c)  $(x^*, y^*)$  sur le graph' est le choix optimal et  $TMS = \frac{p_x}{p_y}$  en ce panier.

d) Les CI sont convexes et monotones, la condition  $TMS = \frac{p_x}{p_y}$  est suffisante pour un choix optimal.

(1)  $TMS = \frac{p_x}{p_y}$  avec  $TMS = \frac{\delta u / \delta x}{\delta u / \delta y} = \frac{y}{x} \Leftrightarrow y = \frac{p_x}{p_y} \times x$

(2)  $p_x \times x + p_y \times y = R$

e)  $R = 12; p_x = 1; p_y = 2$

$$\begin{cases} (1) y = \frac{1}{2}x \\ (2) x + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + x = 12 \text{ en substituant (1) dans (2)} \\ \text{De (1) } y^* = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \end{cases} \Rightarrow x^* = 6$$

f)  $R = 16; P_x = 1$  et  $P_y = 2$ .

$$\begin{cases} (1) y = \frac{1}{2}x \\ (2) x + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{3}{2}x = 6 \Leftrightarrow x^* = 4 \Leftrightarrow y^* = 2$$

Question 29 du poly :

$u(x, y) = 2x + 3y$  ; La CI pour niveau d'utilité de 6.

$$6 = 2x + 3y \Leftrightarrow y = 6 - 2x \Leftrightarrow y = 2 - \frac{2}{3}x \quad TMS = \frac{2}{3}$$

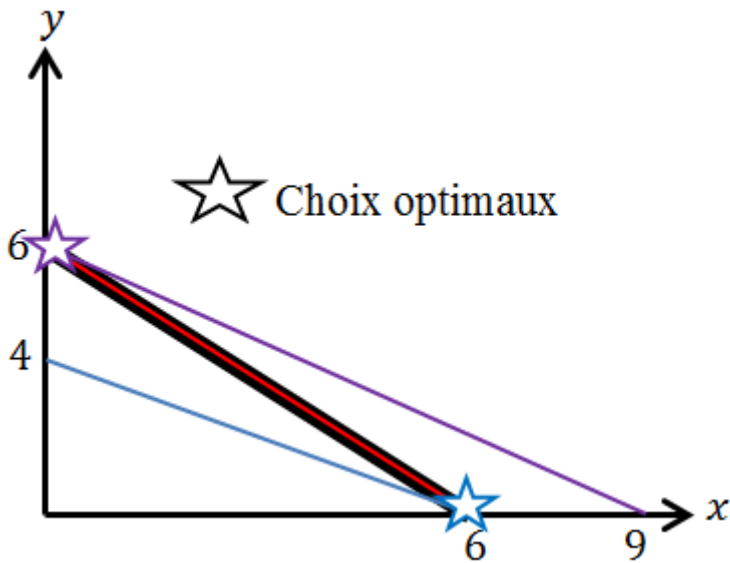
a)  $\frac{\delta u(x, y)}{\delta x} = 2$  Et  $\frac{\delta u(x, y)}{\delta y} = 3$

b)  $y = \frac{\bar{u}}{3} - \frac{2}{3}x$

c)  $R = 6; P_x = P_y = 1$   $y = 6 - x$  La droite de budget.  $(x^*, y^*) = (0, 6)$



d)



e) 1 2/3

(En noir la contrainte budgétaire.)

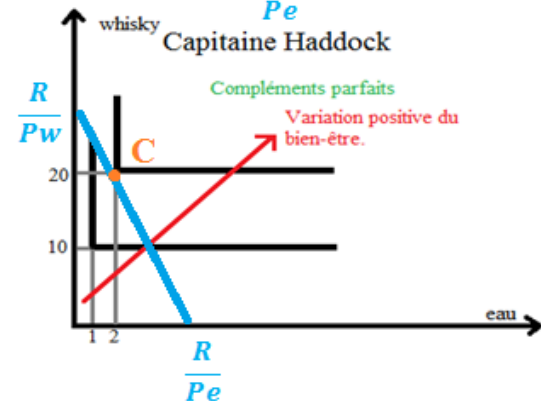
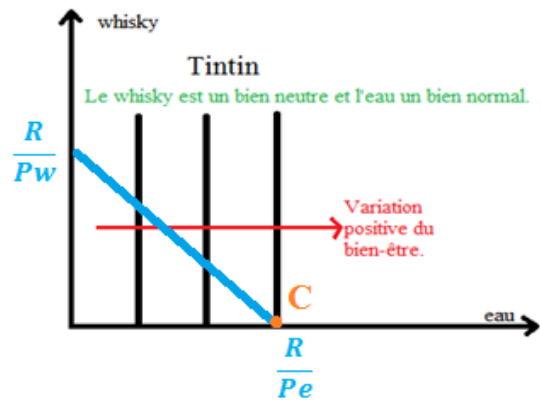
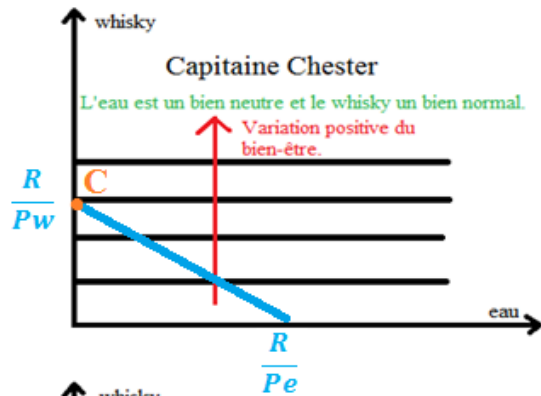
1<sup>er</sup> cas : Quand  $\frac{Px}{Py} > TMS$  :  $x^* = 0$  et  $y^* = \frac{R}{Py}$

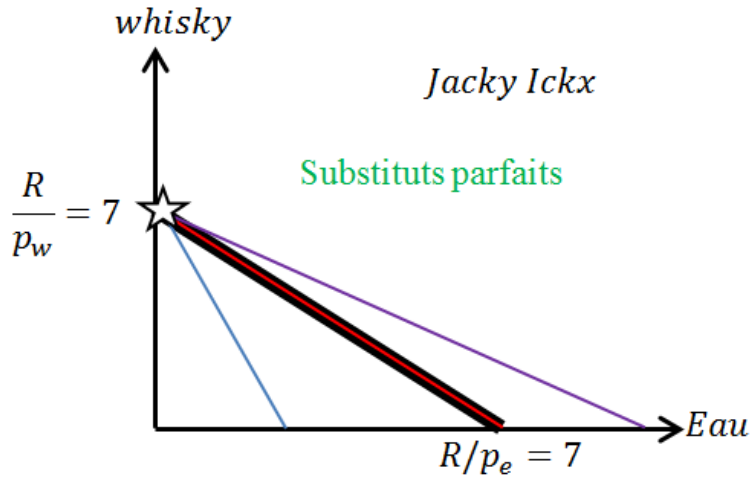
2<sup>ème</sup> cas : Quand  $\frac{Px}{Py} = TMS$ , il y a une infinité de choix optimaux tant que  $x^* \in [0; 6]$

(Tous les points de la droite sont des choix optimaux.)

3<sup>ème</sup> cas : Quand  $\frac{Px}{Py} = \frac{1}{Py} < TMS = \frac{2}{3}$ , choix optimal :  $(x^*, y^*) = (6, 0)$

Question 30 du poly :





Rappel : Pour Jack Ickx ce sont des substituts parfaits, on doit donc étudier 3 cas :

1<sup>er</sup> cas : Si  $TMS = 1 = \frac{P_e}{P_w} \Leftrightarrow P_e = P_w$  ; il y a une infinité de choix optimaux.

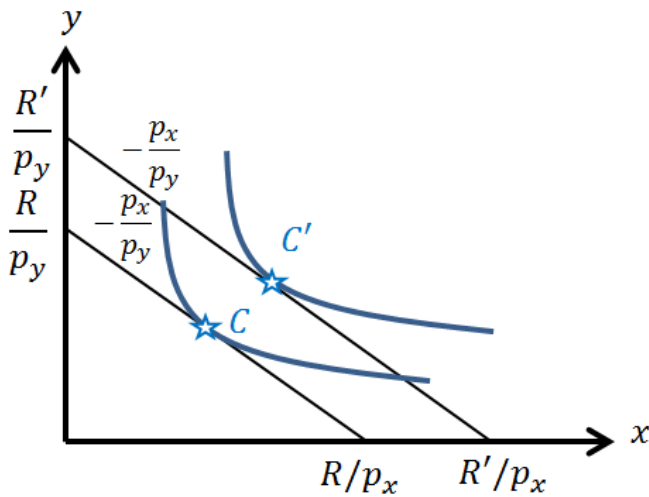
2<sup>ème</sup> cas : Si  $\frac{P_e}{P_w} > TMS = 1 \Leftrightarrow P_e > P_w$  C :  $(0, \frac{R}{P_w})$

3<sup>ème</sup> cas : Si  $\frac{P_e}{P_w} < TMS \Leftrightarrow P_e < P_w$  C :  $(\frac{R}{P_e}, 0)$

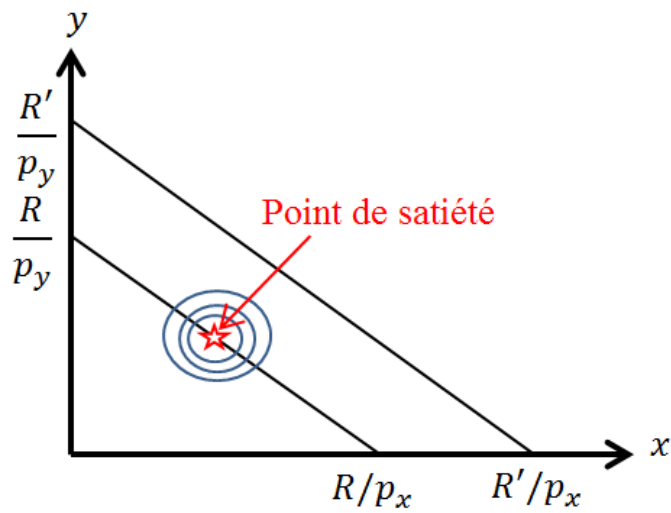
$$R = 12 \quad p_x = 1 \quad p_y = 2$$

Question 32 du poly :

a)  $R < R'$



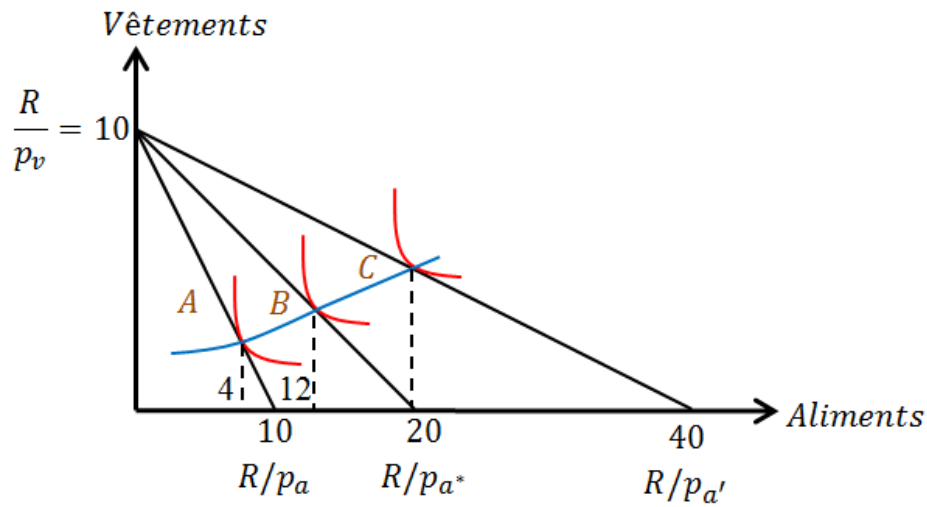
b)



Non car il faut violer l'hypothèse de monotonicité.

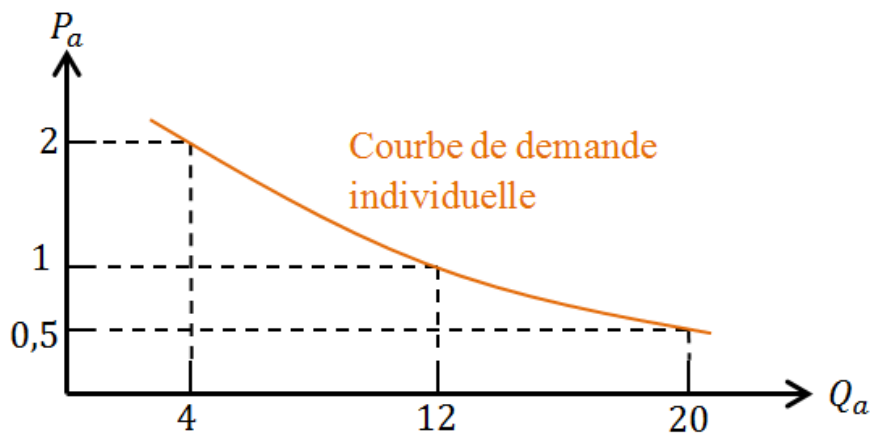
La demande individuelle et la demande de marché :

$R = 20, P_v = 2, P_a = 2, P_a^* = 1$  et  $P_a' = 0,50$



Baisse du  $TMS_{a,v}$  et  $\frac{P_a}{P_v}$  diminue.

Demande individuelle :

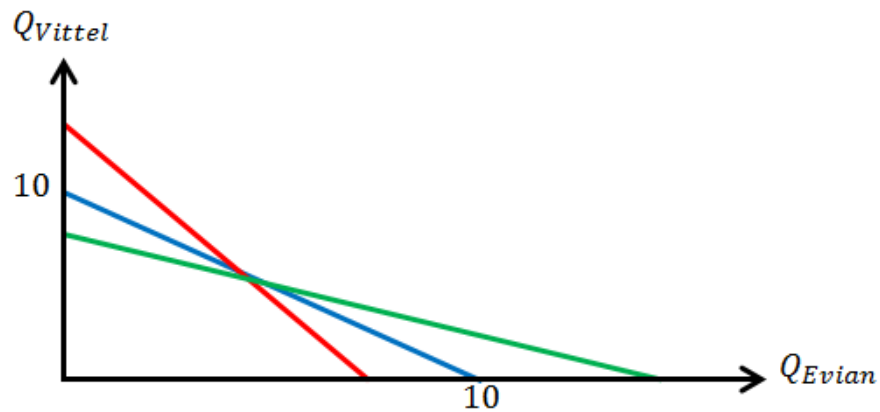


Attention :

Quand de A à B,  $p_x$  baisse et  $x_y$  baisse ; ça veut dire qu'il s'agit de substituts.

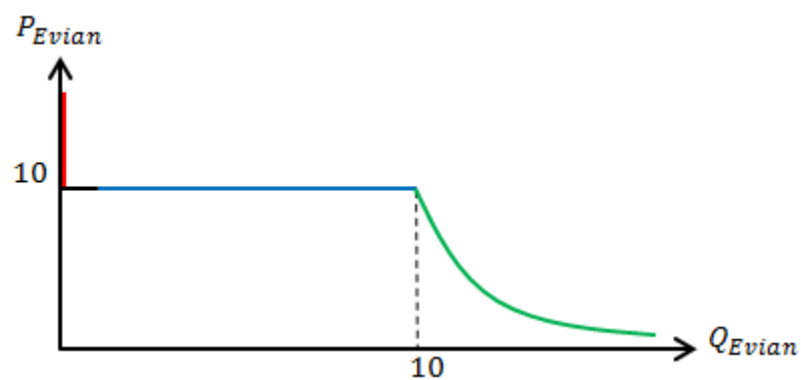
Quand de B à D,  $p_x$  baisse et  $x_y$  augmente ; ça veut dire qu'il s'agit de compléments.

Exercice 1 :

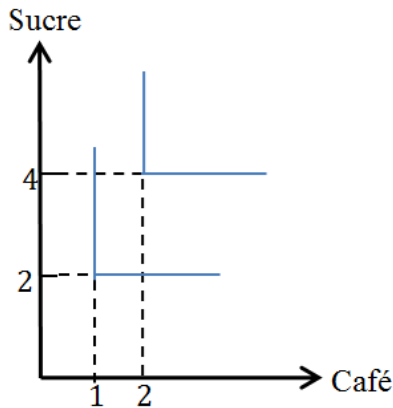


$P_v = P_e, P_v < P_e$  et  $P_v > P_e$ .

Demande individuelle :



b)



$p_s$ : Prix du sucre;  $p_c$ : Prix du café; et  $R$  le revenu.

Soit  $x$  le nombre de tasses de café donc le nombre de morceaux de sucre est de  $2x$ .

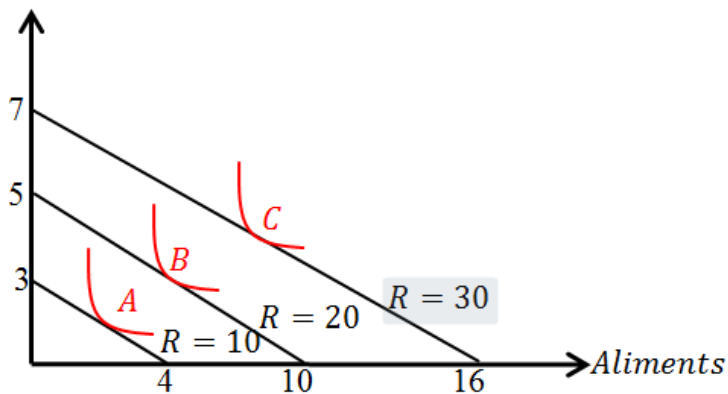
$$R = p_s \times 2x + p_c \times x \Leftrightarrow R = x(2 \times p_s + p_c) \Leftrightarrow x = \frac{R}{2 \times p_s + p_c}$$

Reprise du cours sur la demande individuelle.

La variation de la consommation de produits alimentaires et de vêtements peuvent être examinés grâce aux CI lorsque le revenu varie.

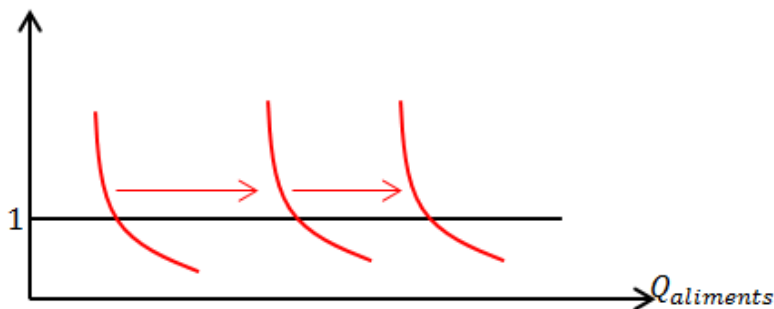
En faisant varier le(s) revenu(s) ceteris paribus (à prix constant) et en observant les choix du consommateur, on peut en déduire la courbe de consommation-revenu.

Vêtements



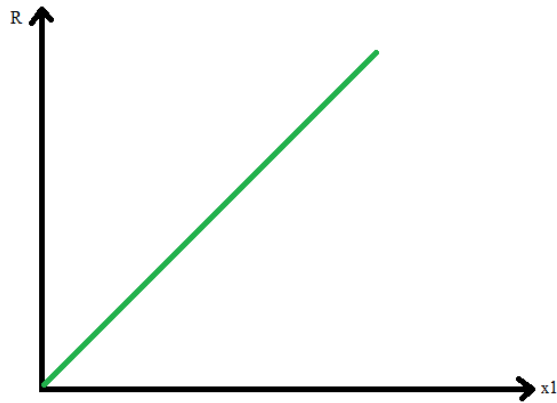
$$p_A = 1, p_V = 2$$

$P_{aliments}$



Quand le revenu augmente, la courbe de demande individuelle se déplace vers la droite.

Courbe d'Engel : Quantités consommées d'un bien en fonction du revenu du consommateur. Les courbes de consommation-revenu permettent de construire les courbes d'Engel.



Courbe d'Engel :  $u(x_1, x_2) = x_1(x_2 + 3)$

Droite de budget :  $x_1 + x_2 = R$  (2) → Prix des 2 valent 1.

$$TMS_{1,2} = \left| -\frac{dx_2}{dx_1} \right| = \frac{\frac{du(x_1, x_2)}{dx_1}}{\frac{du(x_1, x_2)}{dx_2}} = \frac{x_2 + 3}{x_1} \quad \left. \vphantom{\frac{du(x_1, x_2)}{dx_1}} \right\} TMS_{1,2} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{x_2 + 3}{x_1} = 1 \quad (1)$$

Remplaçons (1) dans la contrainte budgétaire (2) :  $x_2 + 3 + x_2 = R \Leftrightarrow x_2 = \frac{R-3}{2}$  (3)

(3) : Courbe d'Engel, on va réécrire la courbe R en fonction de  $x_2$ .

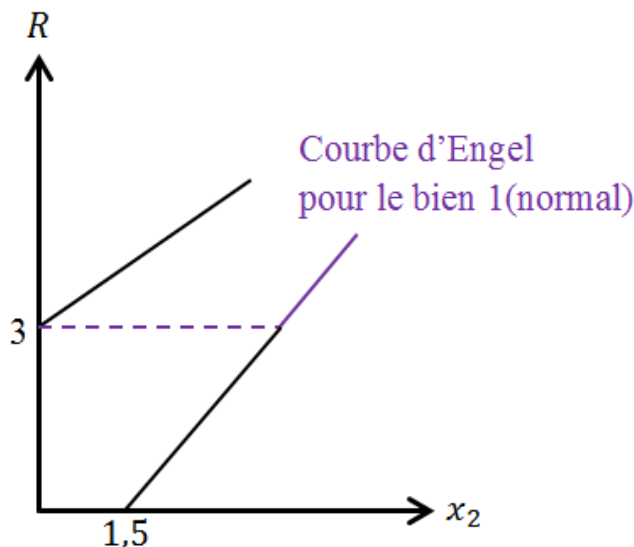
En outre,  $x_2 \geq 0$  : Quantité positive (a).

$\frac{x_2}{p_2} \leq R$  : Je ne dépense pas plus que mon budget (b).

De (3) et (a) :  $x_2 = \frac{R-3}{2} \geq 0 \Leftrightarrow R \geq 3$  (4).

De (3) et (b) :  $x_2 = \frac{R-3}{2} \leq R \Leftrightarrow R \geq -3 \Leftrightarrow R \geq 0$  (5).

Donc de (4) et (5), on a  $R \geq 3$  d'où la courbe d'Engel du bien 2 (3) :  $x_2 = \frac{R-3}{2} \Leftrightarrow R = 2x_2 + 3$  avec  $R \geq 3$ .



$x_1 + (x_1 - 3) = R \Leftrightarrow x_1 = \frac{R+3}{2}$  : Courbe d'Engel. En outre (i)  $x_1 \geq 0 \Leftrightarrow R \geq -3$ , or  $R \geq 0$  car le revenu ne peut être inférieur à 0.

(ii)  $x_1 \leq \frac{R}{p_1} \Leftrightarrow \frac{R+3}{2} \leq \frac{R}{1} \Leftrightarrow R \geq 3$

Courbe d'Engel :  $x_1 = \frac{R+3}{2}$  avec  $R \geq 3 \Leftrightarrow R = 2x_1 - 3$  avec  $R \geq 3$ .

## L'élasticité-prix de la demande.

L'élasticité-prix de la demande : Comment les quantités d'un bien varient (en %) lorsque le prix de ce dernier augmente de 1%.

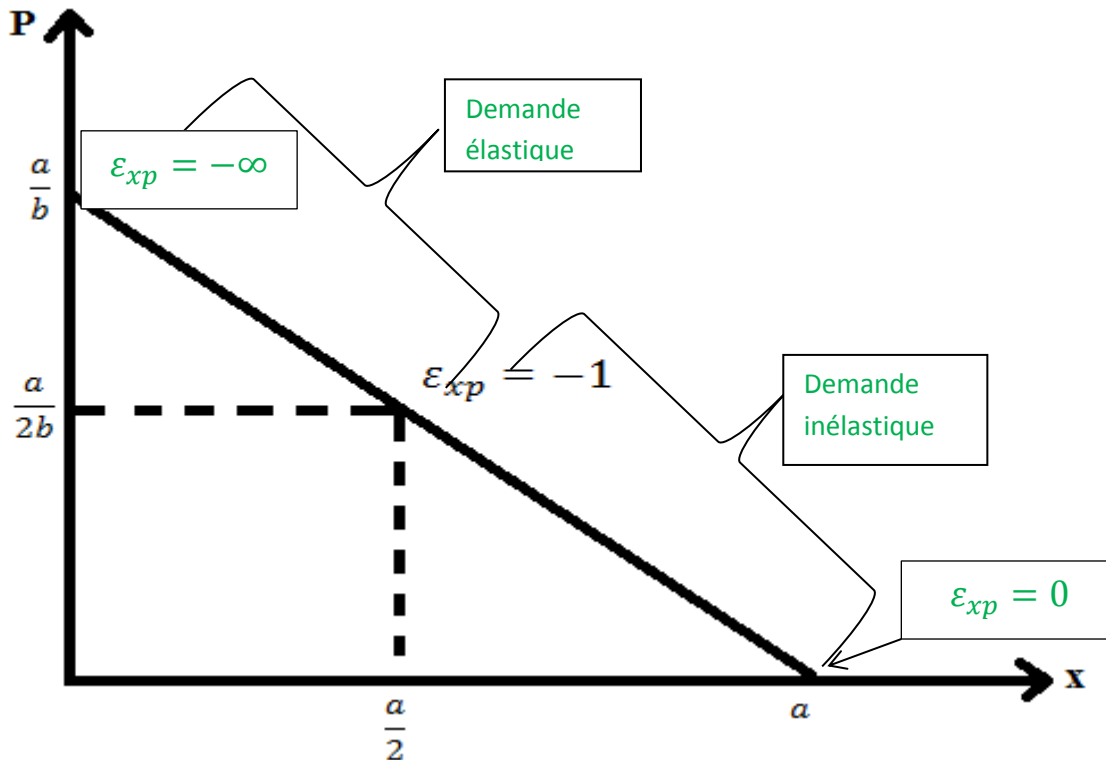
**Cas discret :**  $\epsilon_{x_2 p_1} = \frac{\frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\Delta p_1}{p_1}} = \frac{p_1}{x_1} \left( \frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} \right)$       **Cas continu :**  $\frac{dx_1}{x_1} = \frac{p_1}{x_1} \times \frac{dp_1}{p_1}$

*Elasticité d'une courbe de la demande linéaire*

$$x = a - bp \text{ avec } a, b > 0 \Leftrightarrow p = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}x$$

→ Pour quel prix, cette élasticité vaut-elle -1 ?

$$\frac{-bp}{a-bp} = -1 \Leftrightarrow -bp = -a + bp \Leftrightarrow p = \frac{a}{2b} \Leftrightarrow x = a - b \times \frac{a}{2b} = \frac{a}{2}$$



$$\epsilon_{xp} = \frac{p}{x} \times \frac{dx}{dp} = \frac{p}{a - bp} (-b)$$

- **Demande inélastique :**  
 $|\epsilon_{xp}| < 1$  : La quantité demandée est relativement peu sensible aux variations des prix. La dépense totale pour ce bien augmente quand le prix augmente.
- **Demande élastique :**  
 $|\epsilon_{xp}| > 1$  : La quantité demandée est relativement sensible aux variations de prix.
- **Demande isoélastique :**  
 L'élasticité-prix de la demande est constante tout le long de la courbe de demande.  
 $|\epsilon_{xp}| = 1$  : L (Constante et unitaire → Cas particulier.)

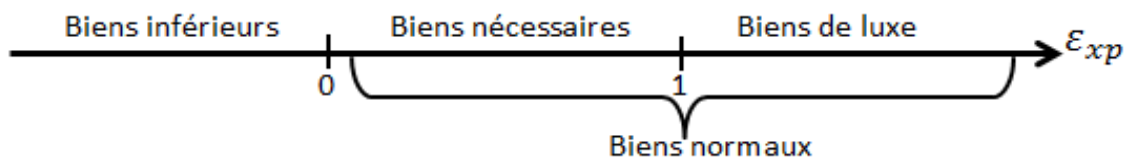
## Elasticité-prix croisée de la demande.

Comment les quantités d'un bien varient en % lorsque le prix d'un autre bien augmente de 1 (ou d'un autre petit montant).

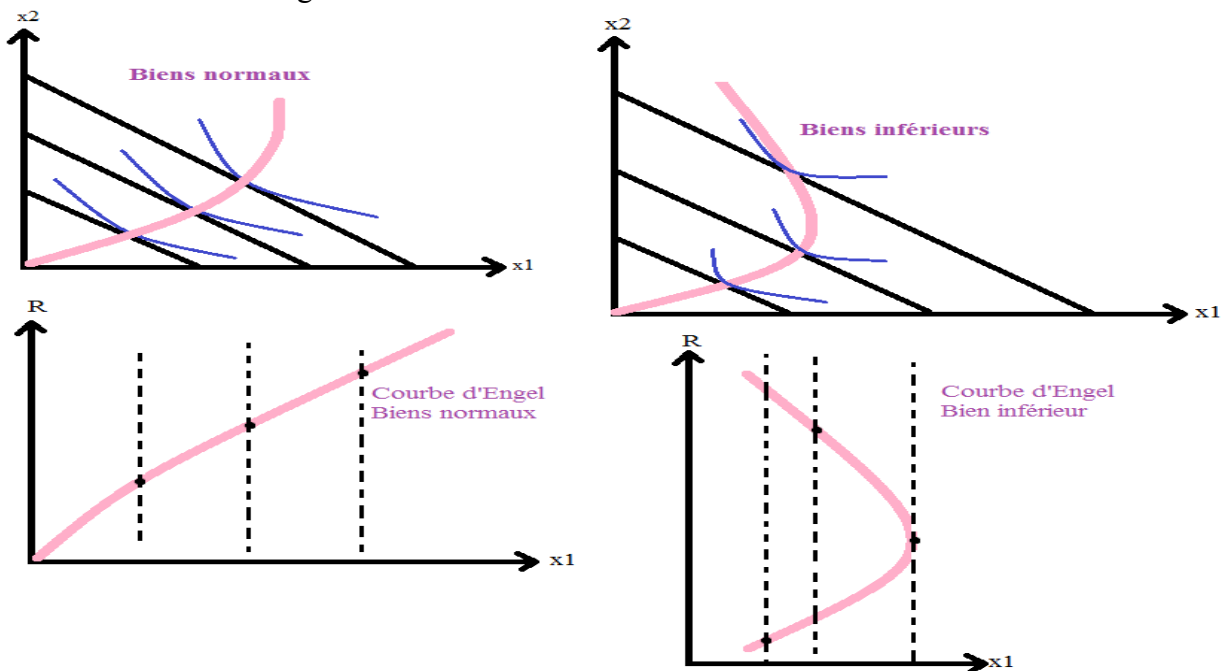
Cas discret :  $\epsilon_{x_2 p_1} = \frac{\frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\Delta p_2}{p_2}} = \frac{p_2}{x_1} \left( \frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} \right)$

Cas continu :  $\frac{dx_1}{x_1} = \frac{p_2}{x_1} \times \frac{dx_1}{dp_2}$

- **Elasticité-revenu de la demande :**  
Comment les quantités d'un bien varient % lorsque le revenu augmente de 1% ⇔  
Mesure la variation relative des quantités d'un bien aux variations relatives du revenu.
- **Types de biens et élasticité-revenu :**
  - **Biens normaux :** La quantité augmente avec le revenu donc l'élasticité revenu est positive ; on distingue :
    - ❖ **Biens nécessaires :** La quantité augmente moins que proportionnellement au revenu. L'élasticité-revenu est comprise entre 0 et 1.
    - ❖ **Biens de luxe :** La quantité augmente plus que proportionnellement au revenu. L'élasticité est supérieure à 1.
  - **Biens inférieurs :** La quantité demandée diminue avec le revenu.

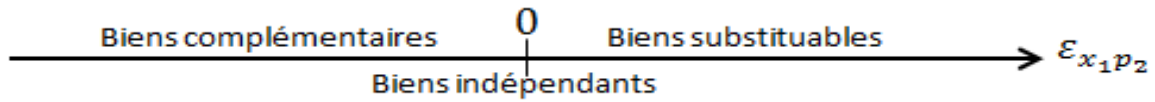


- Les pentes des courbes de consommation-revenu et d'Engel permettent aussi de différencier les biens normaux et inférieurs :
  - Pente positive → Bien normal.
  - Pente négative → Bien inférieur.





- **Types de biens et élasticité-prix croisée :**
  - **Biens substituables :** Une hausse de prix d'un bien conduit à la hausse des quantités consommées de l'autre bien. L'élasticité prix croisée est positive.
  - **Biens complémentaires :** Une hausse du prix d'un bien conduit à une baisse des quantités consommées de l'autre bien. L'élasticité-prix croisée est négative.
  - **Biens indépendants :** Une variation du prix d'un bien n'a aucune conséquence sur les quantités consommées de l'autre bien. L'élasticité prix est nulle.



- La courbe de consommation-prix permet de déterminer si les biens sont substituables ou complémentaires :
  - Courbe de consommation-prix décroissantes : **Biens substituables**.
  - Courbe de consommation-prix croissante : **Biens complémentaires**.

Merci à la Viet! :)

Exercice: la courbe de demande du kilo de mandarine a l'équation suivante:  
 $q_d = 1000 - 4p$ . Calculez son élasticité-prix si le prix au kilo passe de 30 à 40F et passe de 150 à 160F.

① Si  $p = 30$ :  $q_d = 1000 - 4 \times 30 = 1000 - 120 = 880$

$p = 40$ :  $q_d = 1000 - 4 \times 40 = 1000 - 160 = 840$

$$E_{q,p} = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\frac{840-880}{880}}{\frac{40-30}{30}} = \frac{\frac{-40}{880}}{\frac{10}{30}} = -\frac{3}{22} = -0,14 \quad |E_{q,p}| = 0,14 \Rightarrow \text{INÉLASTIQUE}$$

② Si  $p = 150$ :  $q_d = 1000 - 4 \times 150 = 1000 - 600 = 400$

$p = 160$ :  $q_d = 1000 - 4 \times 160 = 1000 - 640 = 360$

$$E_{q,p} = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\frac{360-400}{400}}{\frac{160-150}{150}} = -1,5 \quad |E_{q,p}| = 1,5 > 1 \text{ ELASTIQUE}$$

Exercice: les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction d'utilité:

$$u(x, y) = 10x^{1/2}y^{1/2} = 10\sqrt{x}\sqrt{y}$$

•  $TMS_{xy} = \frac{P_x}{P_y}$

$P_x x + P_y y = R$ : contrainte budgétaire

$$TMS_{xy} = \frac{u_{mx}}{u_{my}} = \frac{du/dx}{du/dy} = \frac{5x^{-1/2}y^{1/2}}{5x^{1/2}y^{-1/2}} = x^{-1}y = y/x = TMS_{xy} = \frac{P_x}{P_y}$$

- Donc  $\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y} \Leftrightarrow P_x = P_y \frac{y}{x}$  On substitue dans l'équation de la contrainte budgétaire

On a  $(P_y \frac{y}{x})x + P_y y = R$

$\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y} \Leftrightarrow P_y xy = P_x x^2 \Leftrightarrow P_y = (P_x \frac{x}{y}) \Leftrightarrow P_y xy + P_y xy = R \Leftrightarrow 2(P_y xy) = R \Leftrightarrow y = \frac{R}{2P_y}$  DEMANDE en BIEN Y

$P_x x^2 + \left(\frac{x}{y} P_x\right) xy = R \Leftrightarrow P_x x^2 + x P_x = R \Leftrightarrow 2P_x x^2 = R \Leftrightarrow x = \frac{R}{2P_x}$  DEMANDE en BIEN X

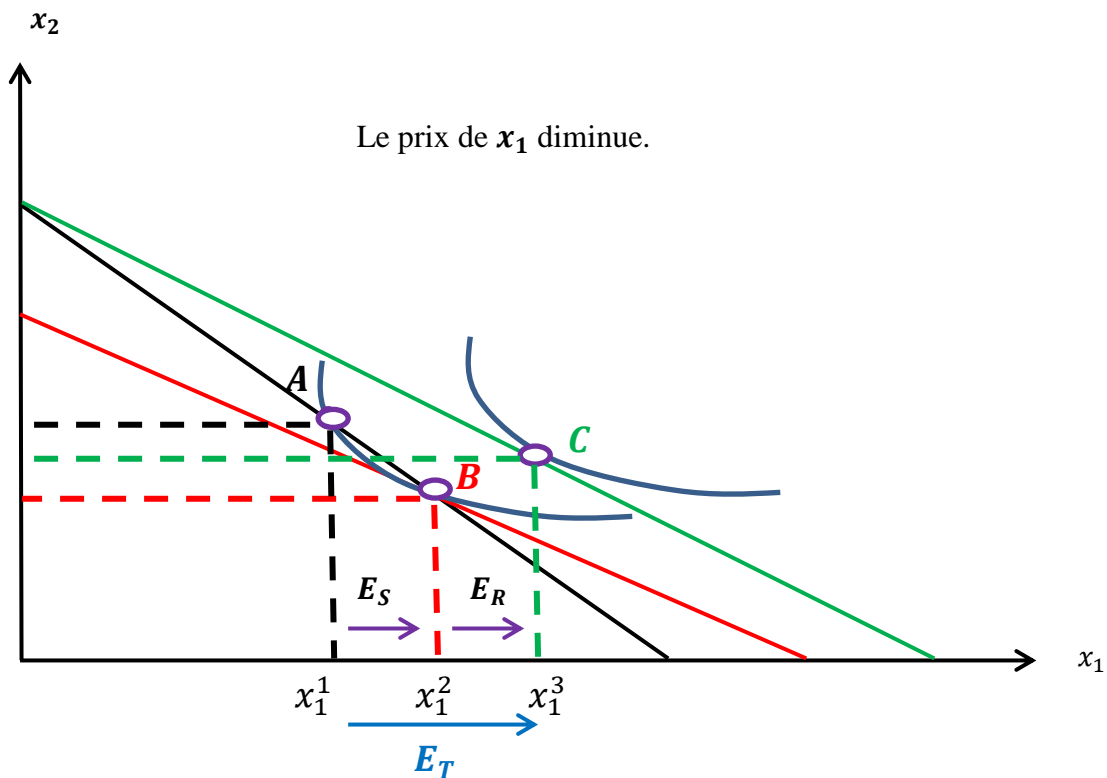
•  $E_q = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p}{p}} \quad E_x = \frac{dx}{dp_x} \times \frac{p_x}{x} = \frac{d\left(\frac{R}{2} \times p_x^{-1}\right)}{dp_x} \times \frac{p_x}{x} = \frac{R}{2} \times (-p_x^{-2}) \times \frac{p_x}{x} = \frac{R}{2} \times \frac{-p_x}{2P_x} = \frac{R}{2} \times (-p_x^{-1}) \times \frac{2P_x}{R}$   
 $= \frac{2P_x}{2} \times \frac{1}{-P_x} = -1 \quad E_{p_x} = -1 \text{ ISOELASTIQUE}$

•  $E_{xR} = \frac{dx}{dR} \times \frac{R}{x} = \frac{1}{2P_x} \times \frac{R}{x} = \frac{1}{2P_x} \times \frac{R}{\frac{R}{2P_x}} = \frac{1}{2P_x} \times 2P_x = 1$

$E_{yR} = 1$  L'élasticité-revenu de la demande de x et de y est égale à 1, donc les biens sont dit normaux parce que l'élasticité est positive

## Effet revenu et effet de substitution.

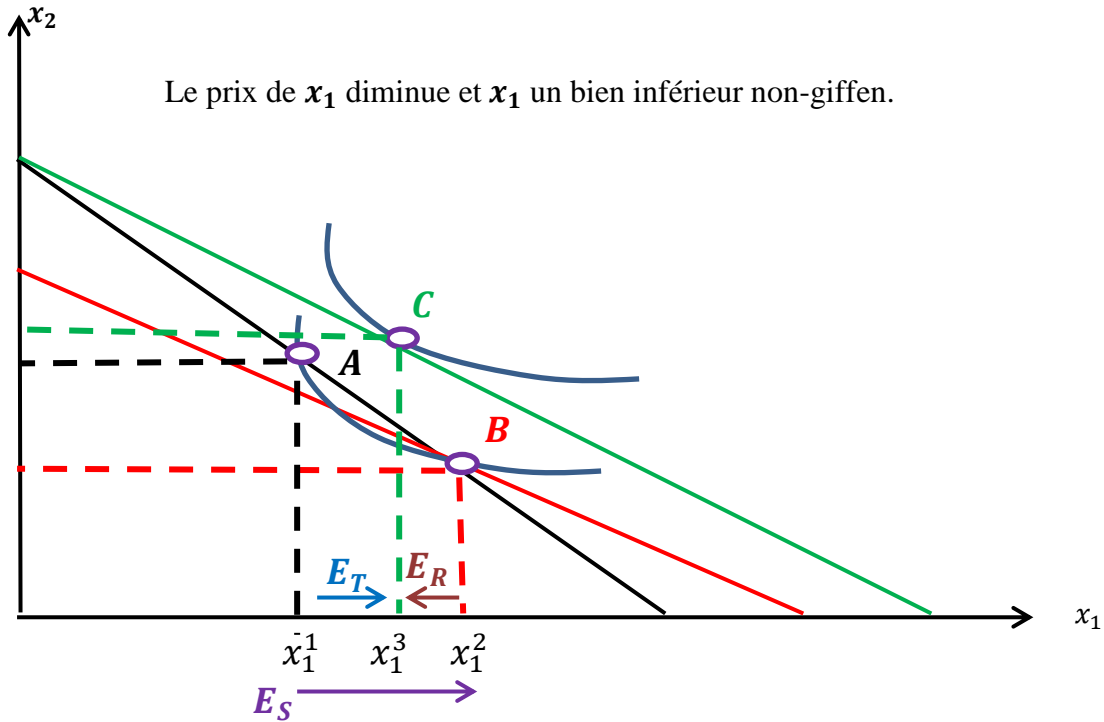
- Considérons la baisse du prix d'un bien → 2 effets :
  - Effet substitution :
    - Le consommateur achète davantage du bien dont le prix a baissé et moins des autres qui sont devenus relativement plus chers. **Il reste sur la même CI.**
  - Effet revenu :
    - La baisse du prix implique une variation positive du pouvoir d'achat qui permet au consommateur d'augmenter ses demandes pour les 2 biens.
- Effet substitution, effet revenu et types de biens :
  - Biens normaux :
    - Effet substitution et effet revenu vont dans le même sens :



Ouais je sais le graph' est magnifique xd, blague à part j'espère que ce graph' et les suivants sont clairs/lisibles ; bonnes révisions ;).

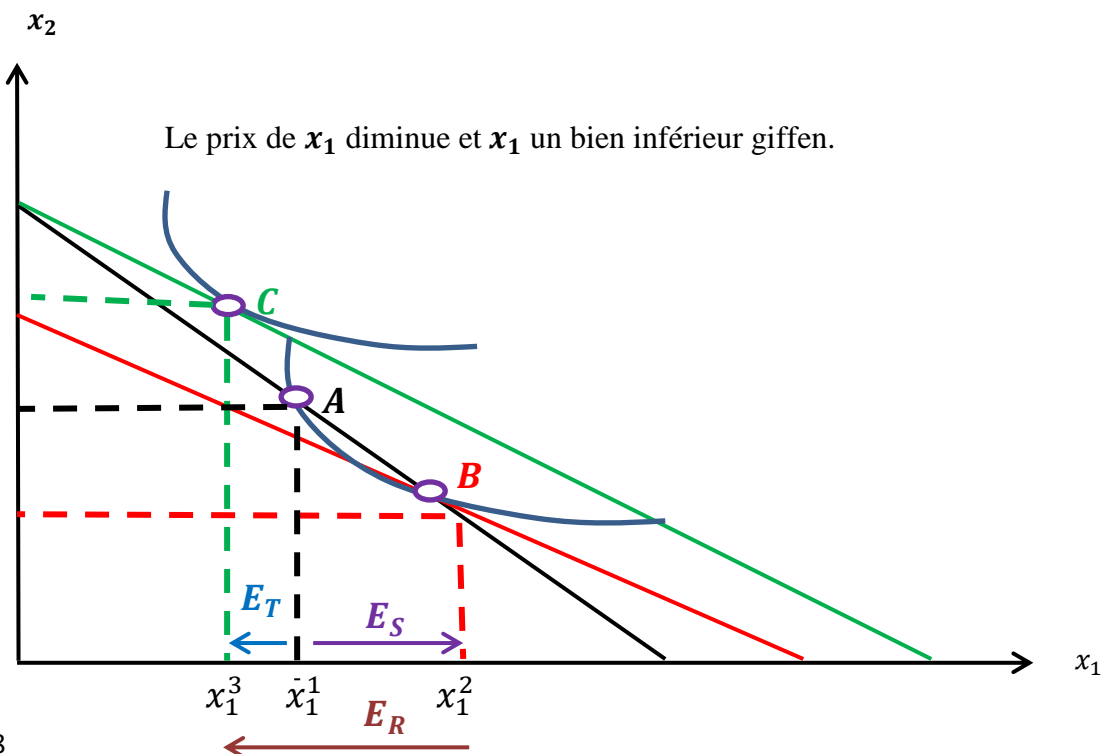
W.Y

- Biens inférieurs :
  - Effet substitution et effet revenu vont en sens inverse.
  - L'effet substitution induit une variation positive des quantités demandées.
  - L'effet revenu induit une variation négative des quantités demandées.
  - Cependant l'effet revenu est rarement suffisamment important pour surpasser l'effet de substitution → La baisse des prix d'un bien inférieur implique le plus souvent une variation négative des quantités demandées.



$ET > 0$  avec un  $|ES| > |ER|$ , ce sont des biens inférieures.

- Biens giffen :
  - Cas particulier où l'effet revenu surpasse l'effet de substitution → La baisse du prix d'un bien giffen implique une diminution des quantités demandées : La courbe de demande est croissante.



Types de biens :

**Exercice 7 :**

a) Effet de substitution : Le prix du café augmente donc baisse de la consommation de café et augmentation de la consommation de thé.

Effet revenu (total ?) : Le prix du café augmente donc la consommation de thé diminue.

Consommation de	ES	ER	ET
Café	-	-	-
Thé	+	- *	-

\*Il me faut un  $ER < 0$  pour le thé (quand le pouvoir d'achat du consommateur diminue suite à l'augmentation du prix du café il consomme moins de thé). Il me faut également que l'ER dépasse l'ES pour que  $ET < 0 \Leftrightarrow$  une baisse du revenu  $\Rightarrow$  baisse de la consommation du thé car le thé est un bien normal.

**NB :** Si le café est un bien normal alors suite à l'augmentation du prix du café, le pouvoir d'achat baisse :  $ER < 0$  donc la consommation de café baisse et l'ET pour le café est  $< 0$ .

b) Lorsque le prix d'un bien baisse, l'ES conduit à consommer davantage de ce bien ( $ES > 0$ ) et moins des autres biens ( $ES < 0$ ). Donc pour que la quantité consommée de ce bien baisse quand le prix baisse, il faut :

- Baisse du prix du bien  $\Rightarrow$  baisse de la consommation de ce bien donc  $ER < 0$  (quand le pouvoir d'achat du consommateur monte, il diminue sa consommation de ce bien), ça ne peut donc être qu'un bien inférieur.
- L'ER excède l'ES pour que  $ET < 0 \Rightarrow$  Bien giffen.

c) ES : Baisse du prix du bien  $\Rightarrow$  Augmentation de la consommation de ce bien ( $ES > 0$ ).  
 $\Rightarrow$  Baisse de la consommation de l'autre bien ( $ES < 0$ ).

En revanche l'ER :

- Si le bien est normal : Augmentation de la consommation de ce bien :  $ER > 0$ .
- Si le bien est inférieur : Baisse de la consommation de ce bien :  $ER < 0$ 
  - ✓ Il faut SOIT qu'il s'agisse d'un bien normal et donc  $ES > 0$ ,  $ER > 0 \Rightarrow ET > 0$  SOIT que ce soit un bien inférieur et que l'ES excède l'ER de sorte que  $ET > 0$ .

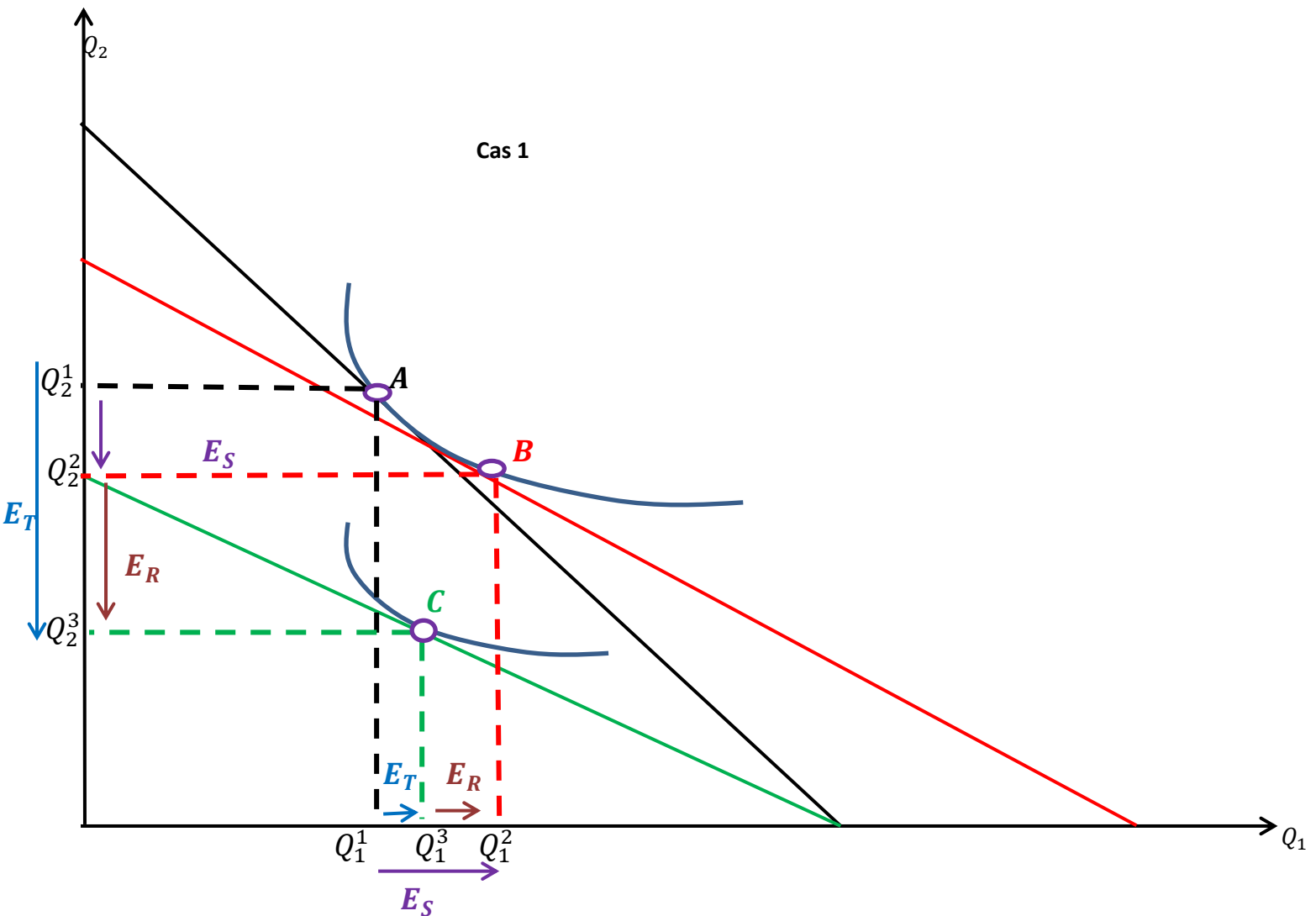
**Exercice 9 :**

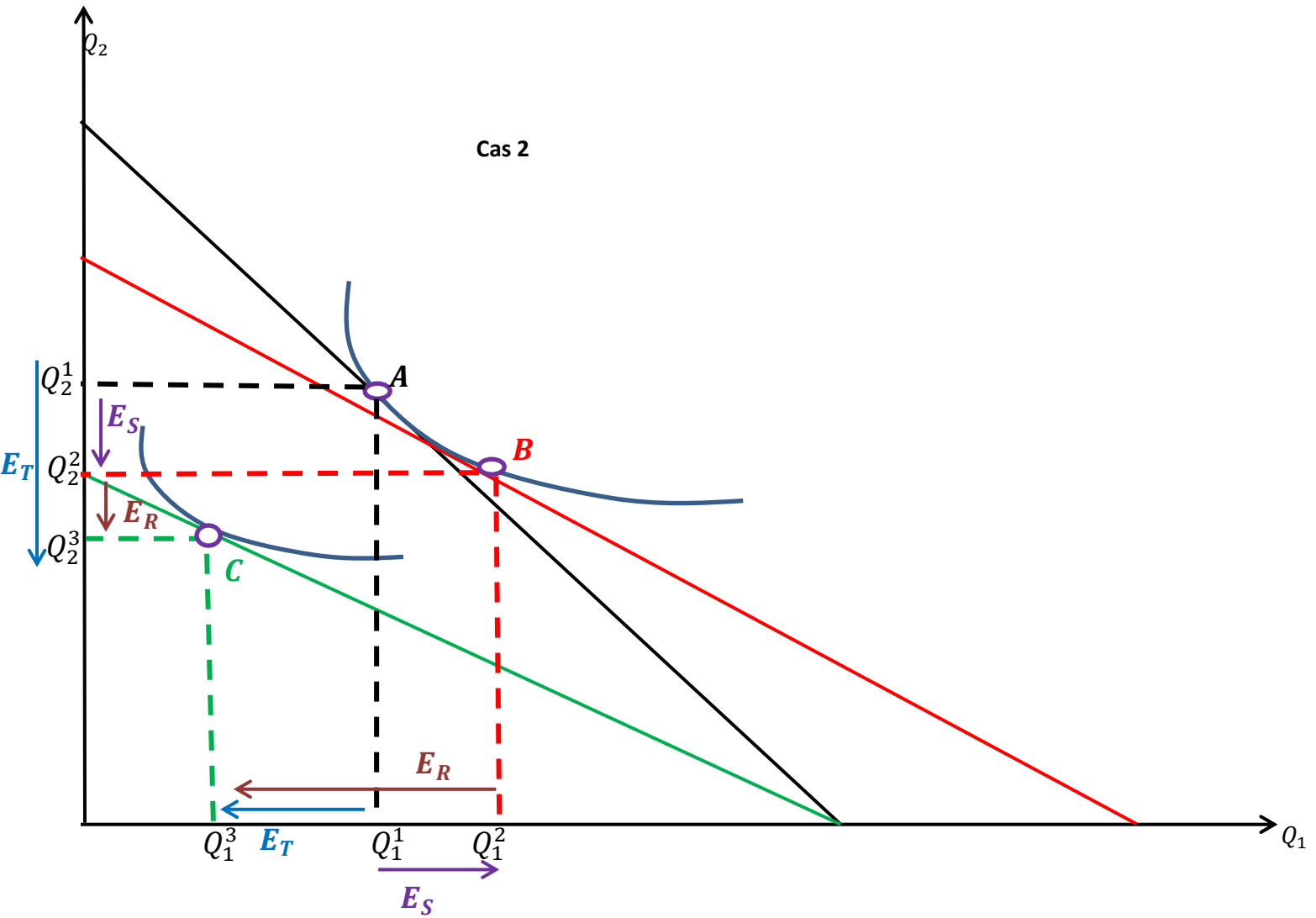
Ps : Les « ? » ne sont pas de moi mais bien dans le corrigé ; ça veut dire que c'est ambigu, on peut pas savoir si c'est positif ou négatif.

1) Le prix du bien 2 double :

	ES		ER		ET → Cas 1	
	$Q_1$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_2$
Biens 1 et 2 normaux	+	-	-	-	⊕ ⊖	-
Biens 1 inférieurs	+	-	+ ou - giffen	-	+ ou -	-
Bien 2 inférieurs non giffen	+	-	-	+	?	-

↙ Cas 2



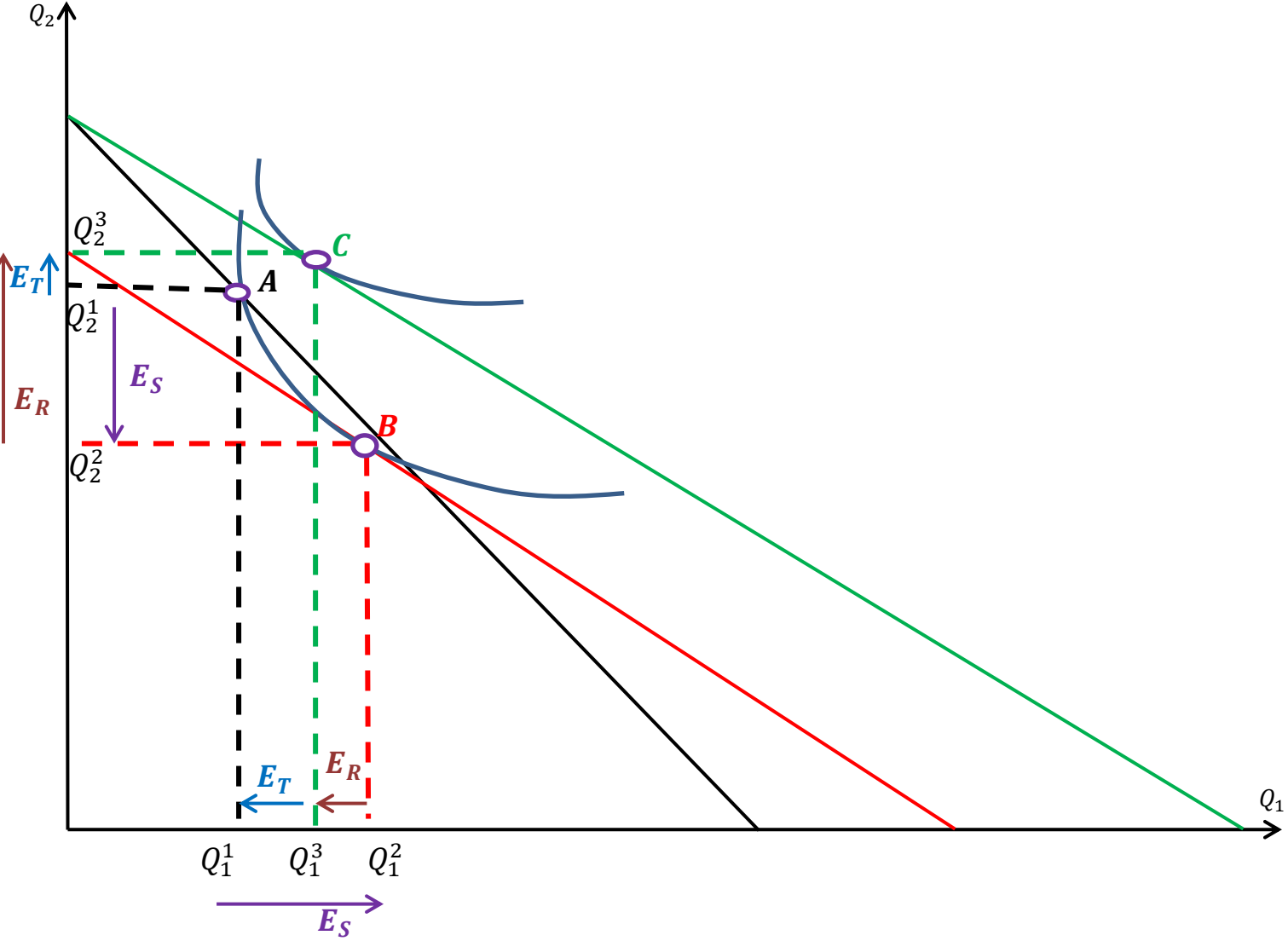


2) Prix du bien 1 diminue de moitié.

	ES		ER		ET	
	$Q_1$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_2$
Biens 1 et 2 normaux	+	-	+	-	+	?
Biens 1 inférieurs non giffen	+	-	-	-	+	?
Bien 1 giffen	+	-	-	+	-	?

« ? » : Effet ambigu sur la quantité.

+ est le cas qu'on a choisi d'étudier graphiquement.



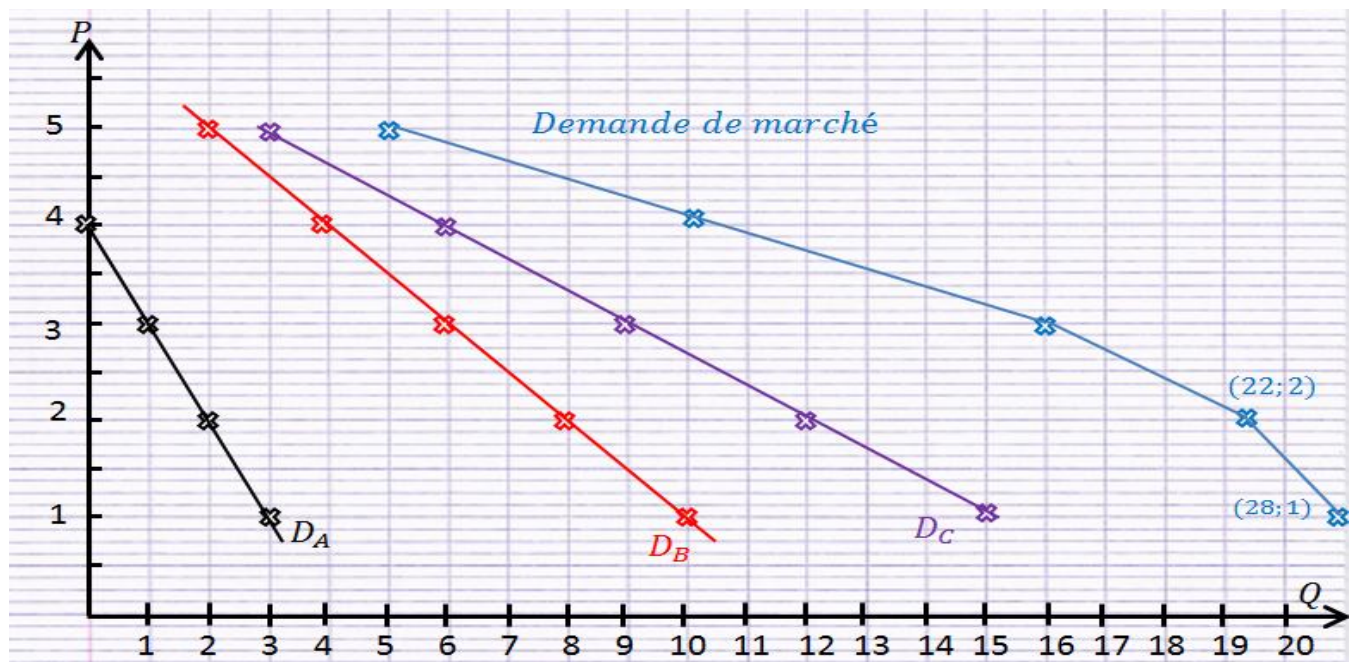


## La demande de marché/agrégée.

Définition : Ensemble des demandes individuelles de tous les consommateurs sur un marché donné.

Exemple :

Prix	Agent A	Agent B	Agent C	Marché
1	3	10	15	28
2	2	8	12	22
3	1	6	9	16
4	0	4	6	10
5	0	2	3	5



Exercice 10 :

$P_1 = 50 - 2Q_1$  (1) pour les premiers 1000 consommateurs.

$P_2 = 100 - 4Q_2$  (2) pour les autres 500 consommateurs.

$$(1) P_1 = 50 - 2Q_1 \Leftrightarrow 2Q_1 + P_1 = 50 \Leftrightarrow 2Q_1 = 50 - P_1 \Leftrightarrow Q_1 = 25 - \frac{1}{2}P_1$$

$$Q_1 = 0 \text{ si } p \geq 50$$

$$(2) P_2 = 100 - 4Q_2 \Leftrightarrow 4Q_2 + P_2 = 100 \Leftrightarrow 4Q_2 = 100 - P_2 \Leftrightarrow Q_2 = 25 - \frac{1}{4}P_2$$

$$Q_2 = 0 \text{ si } p \geq 100$$

On additionne les fonctions de demande de tous consommateurs pour déduire la demande agrégée (Q) :

$$Q = 1000 \left( 25 - \frac{1}{2}P \right) + 500 \left( 25 - \frac{1}{4}P \right) = 37500 - 625P \text{ si } p < 50.$$

$$\text{Si } 50 \leq P \leq 100: 500 \left( 25 - \frac{1}{4}P \right) = 12500 - 125P = Q$$

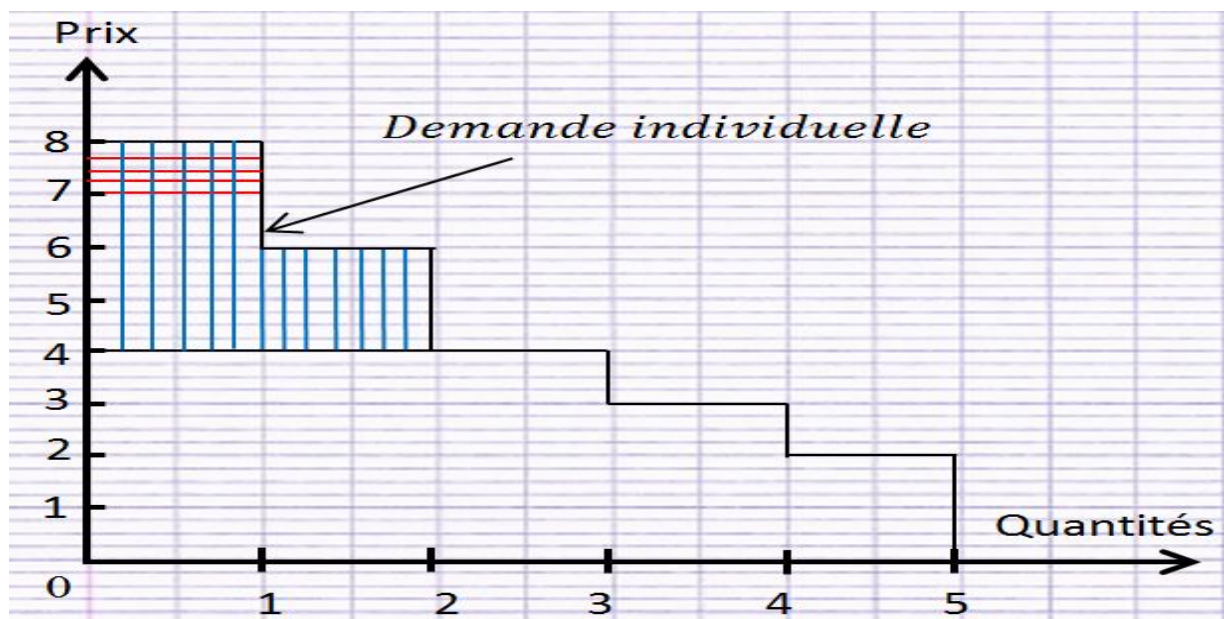
$$\text{Si } p \geq 100: Q = 0$$

- Le surplus du/des consommateurs  $\neq$  Le surplus d'un consommateur.
  - Le surplus d'un consommateur est la différence entre sa disposition à payer (prix de réserve) et le prix qu'il paye réellement sur le marché.  $SP_C = P - DAP$ .
  - Le surplus du/des consommateurs correspond à l'agrégation (somme) des surplus individuels des consommateurs présents sur le marché.

## Le surplus d'un consommateur.

### A) Cas discret.

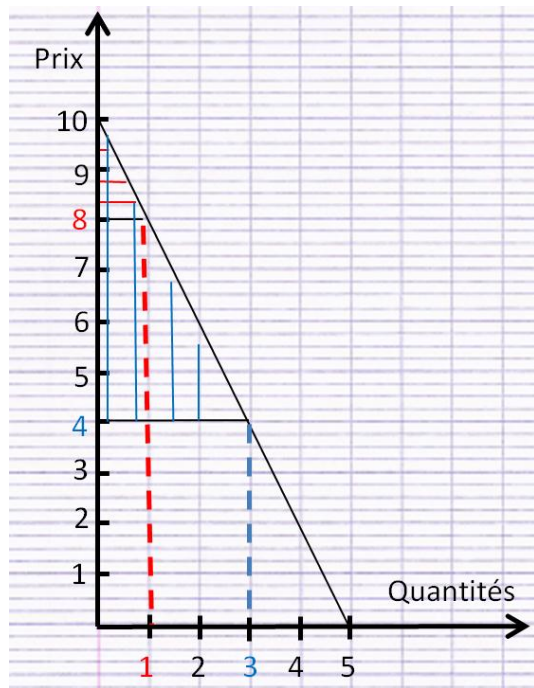
Nombre de tickets	Prix de réserve/Disposition à payer
1	8
2	6
3	4
4	3
5	2



- Quel est le surplus du consommateur si le prix est de 7 ?
  - Ce qui est hachuré en rouge.
- Quel est le surplus du consommateur si le prix est de 4 ?
  - Sa dépense totale :  $3 \times 4 = 12$   
 Surplus pour la 1<sup>ère</sup> place de cinéma :  $8 - 4 = 4$   
 Pour la 2<sup>ème</sup> place :  $6 - 4 = 2$   
 Pour la 3<sup>ème</sup> place :  $4 - 4 = 0$   
 Son surplus est donc de  $4 + 2 + 0 = 6$
  - Ce qui est hachuré en bleu.

**B) Cas continu.** [Pour n'importe quelle courbe de demande individuelle donc.]

Exemple :  $p = 10 - 2q$  (Si  $q = 0$  alors  $p = 10$  ; et si  $p = 0$  alors  $q = 5$ .)

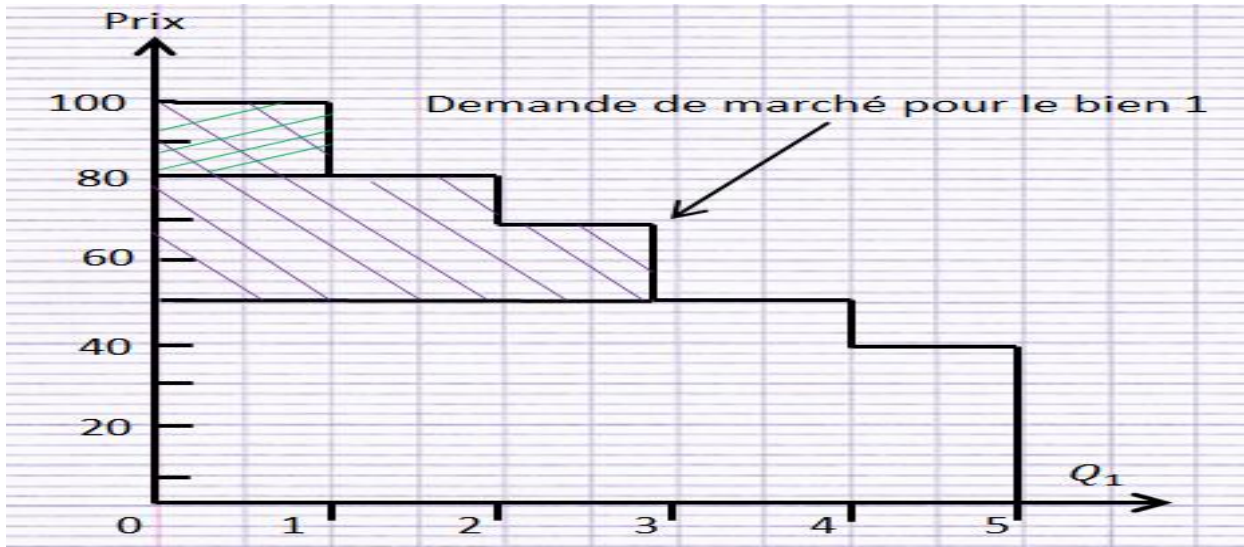


- Quel est le surplus du consommateur si le prix est de 8 ?
  - $8 = 10 - 2q \Leftrightarrow 2q = 2 \Leftrightarrow q = 1$
  - $Sc = \frac{(10-8) \times 1}{2} = 1$  [Hachuré en rouge.]
- Quel est le surplus du consommateur si le prix est de 4 ?
  - $Sc = \frac{(10-4) \times 3}{2} = 9$  [Hachuré en bleu.]

Le surplus d'un consommateur.A) Cas discret.

Exemple : Cinq consommateurs sur le marché du bien 1 (A, B, C, D et E), chaque consommateur est disposé à acheter une unité de bien.

Consommateur	Prix de réserve
A	80
B	40
C	100
D	70
E	50



Si le prix du bien 1 est de 80 :

$$Sc = 1(100 - 80) = 20 \text{ [Hachuré en vert.]}$$

Si le prix du bien 1 est de 50 :

$$Sc = (100 - 50) + (80 - 50) + (70 - 50) = 50 + 30 + 20 = 100$$

Si le prix est de 50.

Quel est le surplus du consommateur A ?  $(80 - 50)1 = 30$

Quel est le surplus du consommateur E ?  $(50 - 50)1 = 0$

## B) Cas continu.

Exemple : Trois consommateurs A, B et C.

Avec :

$$Q^A = 2 - \frac{1}{5}p$$

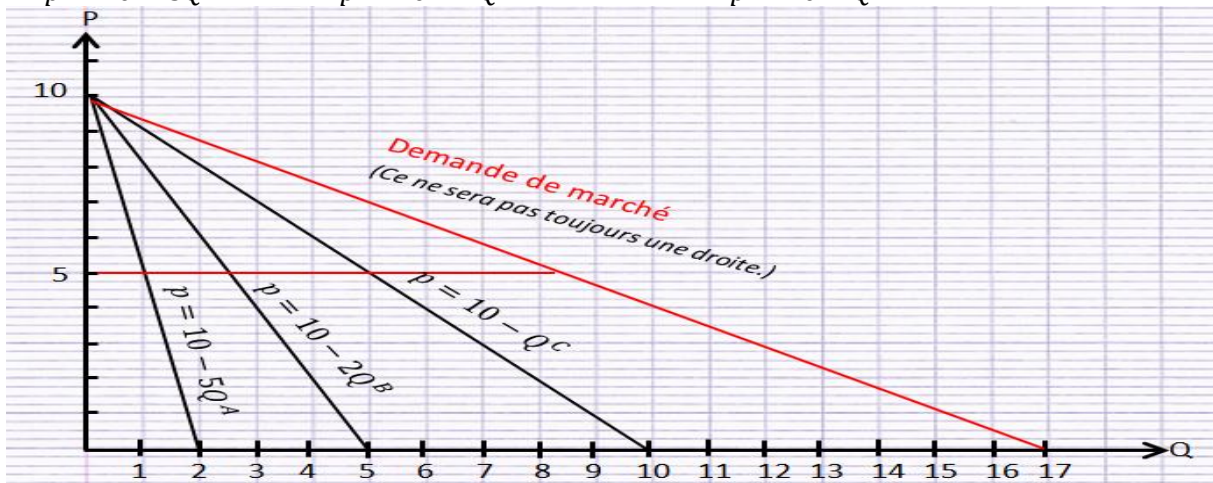
$$Q^B = 5 - \frac{1}{2}p$$

$$Q^C = 10 - p$$

$$\Leftrightarrow p = 10 - 5Q^A$$

$$\Leftrightarrow p = 10 - 2Q^B$$

$$\Leftrightarrow p = 10 - Q^C$$



Quel est le  $Sc$  pour un prix de 5 ?  $Sc_A = 2,5 / Sc_B = 6,25 / Sc_C = 12,5$

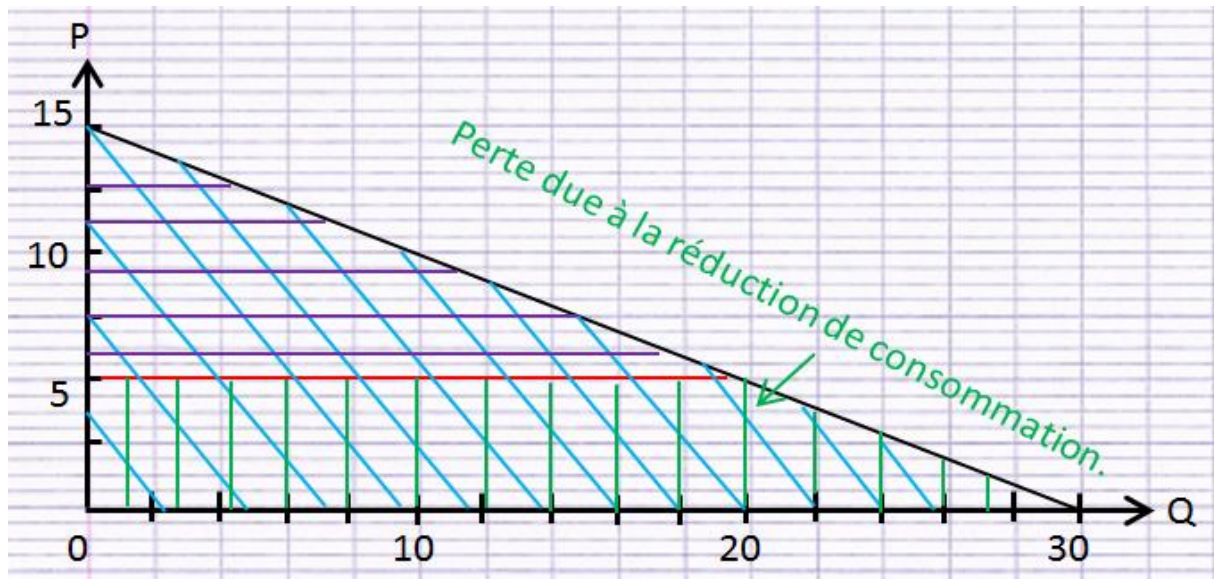
$2,5 + 6,25 + 12,5 = 21,25$  [On a trouvé ces valeurs graphiquement, en comptant les carreaux et les demis, les quarts de carreaux etc.]



Exercice 11 :

$p = 15 - \frac{1}{2}Q$  Avec  $Q$  le nombre de passagers.

a)



b) Si  $p = 0 \Leftrightarrow 0 = 15 - \frac{1}{2}Q \Leftrightarrow Q = 30$

c) Quelle est la perte du surplus si  $p = 5$  ?

Si  $p = 5$ ,  $Sc_p = \frac{(20-0)(15-5)}{2} = \frac{200}{2} = 100$  [Hachuré en violet/Traits horizontaux.]

Si  $p = 0$   $Sc_p = 0 - \frac{15-30}{2} = 225$  [Hachuré en bleu/Traits diagonaux.]

Perte de surplus :  $225 - 100 = 125$  [Hachuré en vert/Traits horizontaux.]

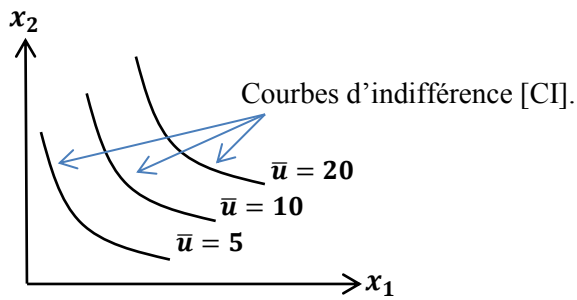
## La production.

### Introduction et rappels :

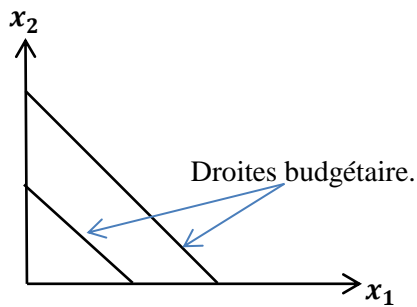
#### Consommateurs :

Données de base :

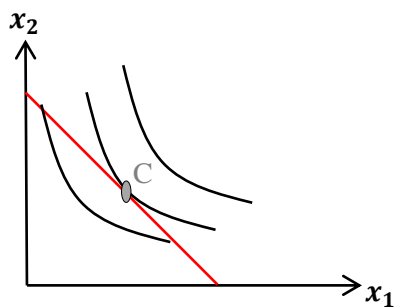
Goûts du consommateur :



Contrainte budgétaire :



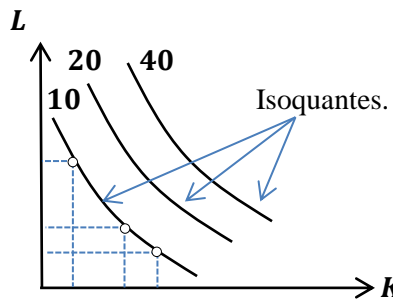
Choix optimal du consommateur :



Producteurs :

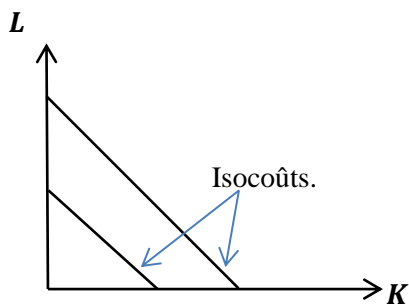
Données de base :

La technique :



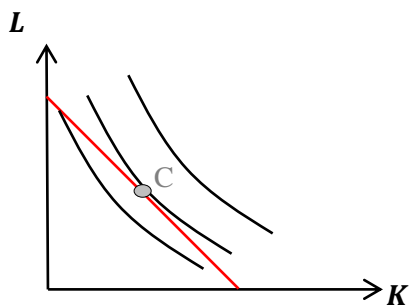
[Isoquante : C'est la « CI » des producteurs, elle représente toutes les combinaisons de facteurs de production qui permettent de produire la même quantité de biens.]

Isocoût :



[Isocoût : Elle représente l'ensemble des combinaisons de facteurs qui conduisent au même cout de production.]

Choix optimal du producteur en facteur de productions:



Plan :

- 1) La technologie de production.
- 2) La production avec un seul facteur/input variable (le travail).
- 3) La production avec deux facteurs variables.
- 4) Les rendements d'échelles.

## La technologie de production.

Les entreprises de production transforment les inputs en outputs (produits).

- Parmi les inputs il y a :
  - Le travail.
  - Les matières premières.
    - Ex : Acier, farine, pétrole, etc.
  - Le capital :
    - Ex : Immobilier, machines, stocks, etc.

La relation entre inputs et outputs est décrite par la fonction de production.

Fonction de production : Indique pour chaque combinaison d'inputs, le niveau maximal d'outputs produits.

On suppose en général 2 inputs :  $K$  et  $L$ .

$q(K, L)$ : *Fonction de production*

La fonction de production dépend aussi du niveau de technologie. Quand la technologie progresse, l'entreprise peut produire plus avec les mêmes quantités d'inputs. Dès qu'elle progresse j'ai une nouvelle fonction de production.

Production à court terme : Période de temps pendant laquelle au moins **un** input est **fixe**.

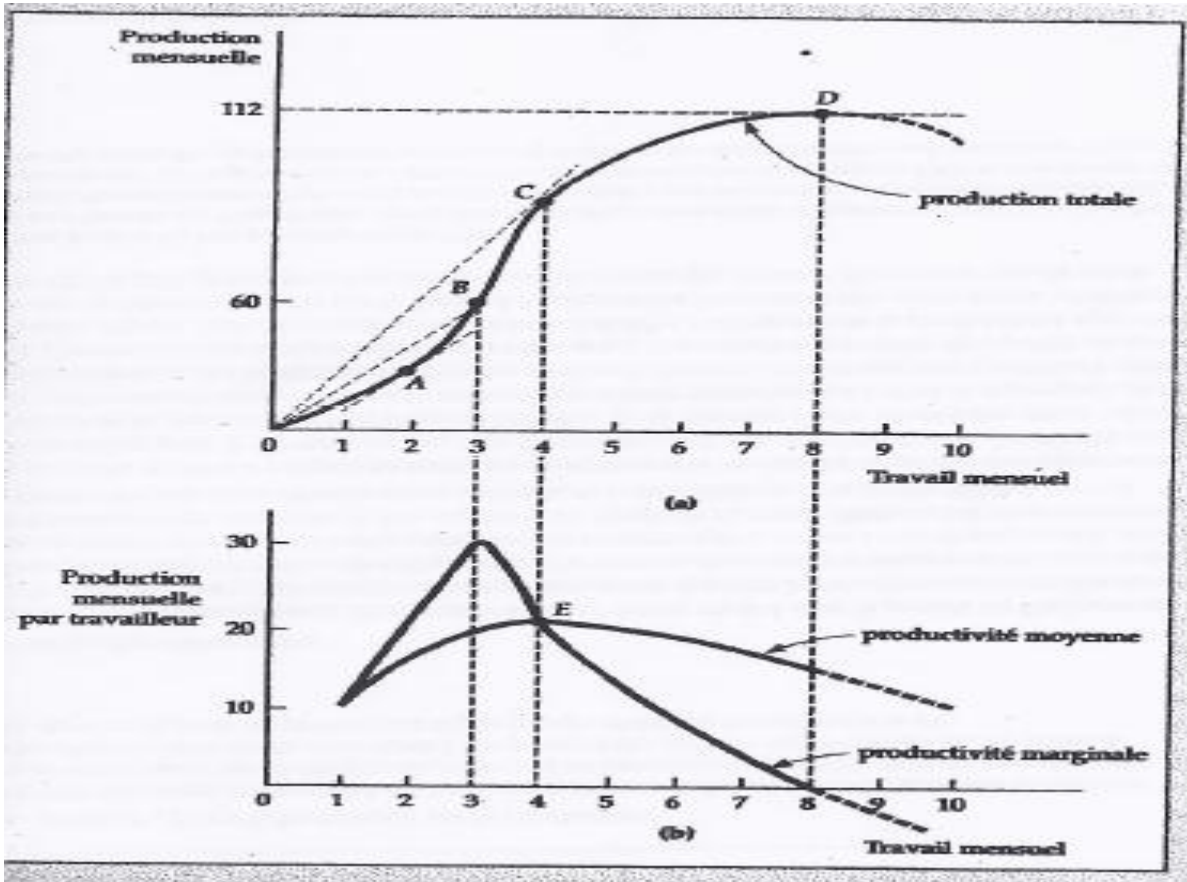
Production à long terme : Période de temps suffisamment longue pour que tous les facteurs de production soient ajustables ; autrement dit, ils sont tous variables.

A court terme, les entreprises ajustent l'intensité avec laquelle elles utilisent les facteurs de production.

A long terme, les entreprises ajustent la taille de leur input.



La production avec un seul facteur variable (L).



[L est variable et K fixe.] Cf : Feuille où y a les deux graphes du dessus.

PML	PmL	Quantité de L	Quantité de K	Production totale
0	*	0	10	0
10	10	1	10	10
15	20	2	10	30
20	30	3	10	60
20	20	4	10	80
19	15	5	10	95
18	13	6	10	108
16	4	7	10	112
14	0	8	10	112
12	-4	9	10	108
10	-8	10	10	100

Baisse de la production

$$PML = \frac{q(K,L)}{L}$$

$$PmL = \frac{\Delta q}{\Delta L} \Leftrightarrow PmL = \frac{dq(K,L)}{dL} = \frac{\partial q}{\partial L}$$

A) Productivité moyenne et marginale du travail.

$$PML = \frac{q}{L}$$

Nombre d'unités d'output que chaque travailleur permet en moyenne de produire.

$$PmL = \frac{\Delta q}{\Delta L} \text{ ou } PmL = \frac{\partial q}{\partial L}$$

Production supplémentaire occasionnée par l'utilisation d'une unité supplémentaire de travail.

B) Exemple graphique :

Cf : Graphique de la page précédente.

C) La loi des rendements marginaux décroissants :

Lorsque l'utilisation d'un facteur de production augmente (sans que les autres varient) il arrive un moment où les suppléments de production obtenu se réduisent.

Ex : Graphique page d'avant où cette loi s'applique à partir de trois unités de L.

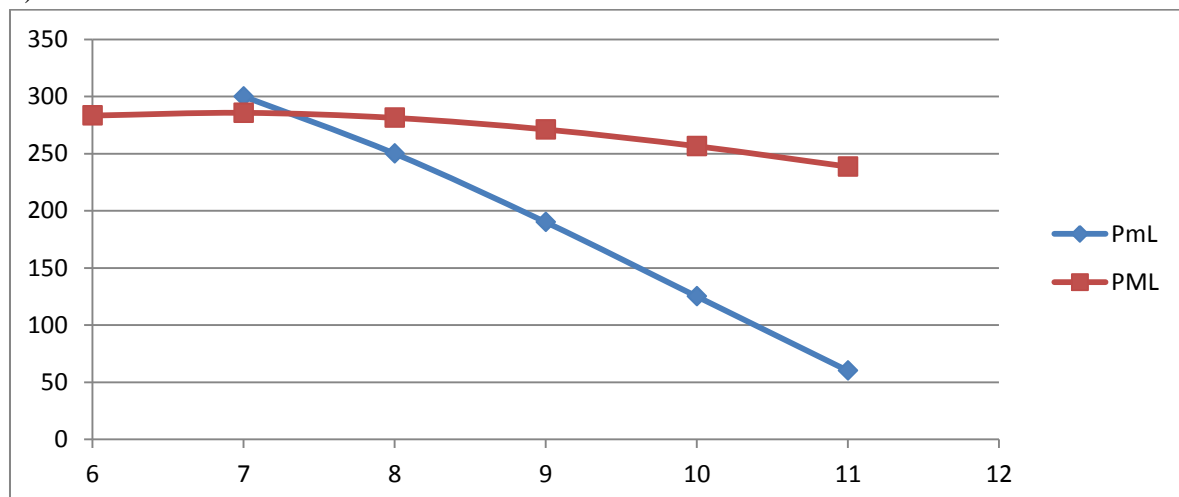
Exercice 1 :

1, 2)

Match	Vendeurs : L	Bières vendues : q	$PML = \frac{q}{L}$	$PmL = \frac{\Delta q}{\Delta L}$
3	6	1700	283,33	-
2	7	2000	285,71	300
6	8	2250	281,25	250
4	9	2440	271,11	190
1	10	2565	256,5	125
5	11	2625	238,64	60

Pour trouver la  $PmL$  on a fait le calcul suivant pour tous :  $PmL = \frac{2250-2000}{8-7} = 250$

3)



4)

La **PmL** est décroissante.

C'est le résultat direct de la loi des rendements marginaux :

Dans le processus de production, si un seul facteur varie il arrivera très rapidement un moment où la production totale augmentera mais à un rythme décroissant (c.-à-d. moins vite).

5)

**PmL  $\neq$  PML**

**ATTENTION : La PmL du 11<sup>ème</sup> vendeur ne mesure pas la quantité produite du 11<sup>ème</sup> vendeur.**

C'est la quantité additionnelle qui est produite grâce à lui. Le 11<sup>ème</sup> vendeur a vendu plus de 120 bières, donc plus de 60 ; il a vendu des bières qui aurait été vendu par d'autres vendeurs si il n'avait pas été là.

6)

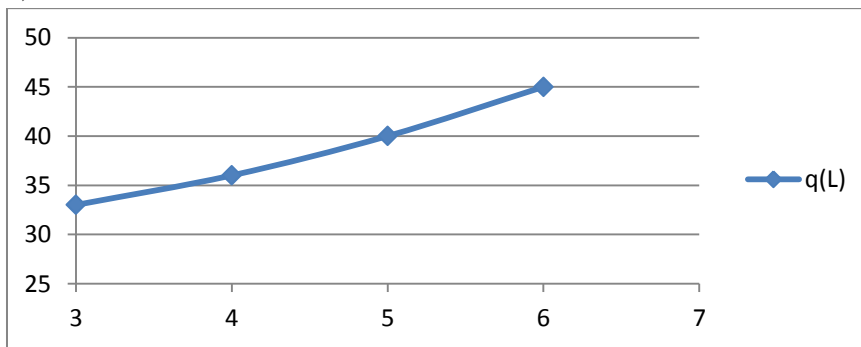
Ajout d'un 11<sup>ème</sup> vendeur, 60 bières vendues en plus. Donc  $60 \times 6 = 360$  car *Recette* =  $P \times Q$

Exercice 2 :

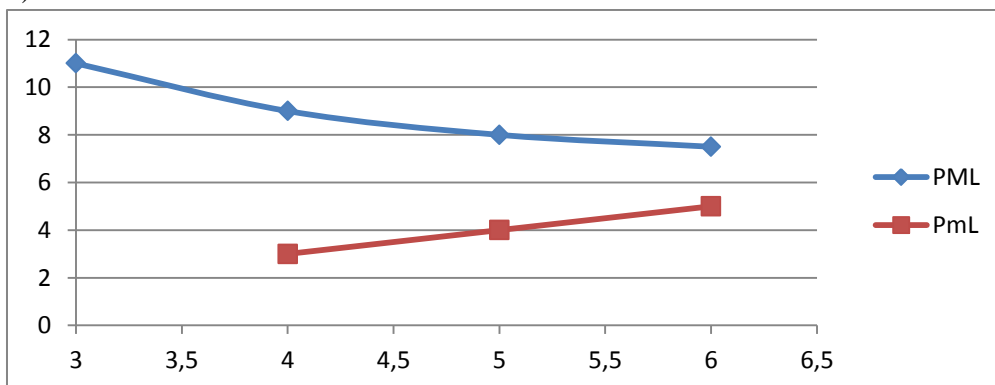
1)

L	K	Q	PML	PmL
3	8	33	11	n.d
4	8	36	9	3
5	8	40	8	4
6	8	45	7,5	5

2)



3)



4)

Quand PmL est au-dessus de PML elle est croissante (PmL).

Quand PmL est en-dessous de PML elle est décroissante (PmL).

Si PmL diminue, PML peut augmenter ou diminuer.

La pente de la courbe de la PML dépend non pas de la pente de la courbe de la PmL mais de la position de la courbe de PmL par rapport à la courbe PML.

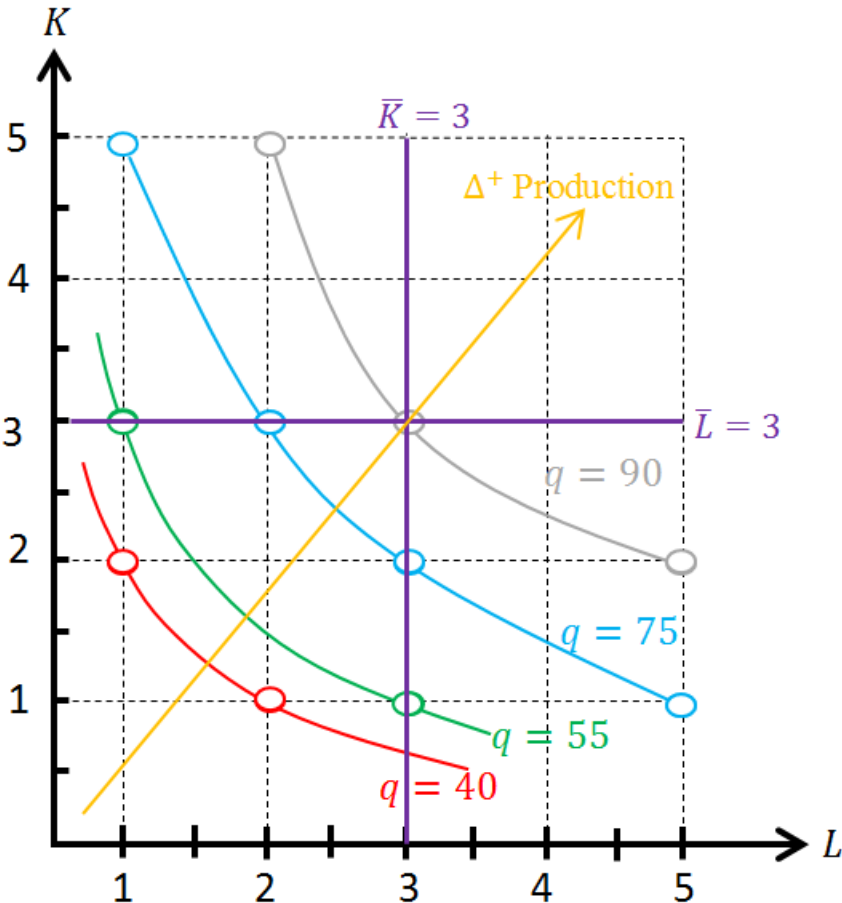
### La production avec 2 facteurs variables (K et L).

Analyse à long terme où tous les facteurs de production sont ajustables. Pour produire un même niveau d'output, les entreprises peuvent utiliser différentes combinaisons d'inputs.

#### A) Les isoquantes.

Combinaisons différentes d'inputs K et L qui donnent le même niveau de production (outputs).

		Travail (L)				
		1	2	3	4	5
Capital (K)	1	20	40	55	65	75
	2	40	60	75	85	90
	3	55	75	90	100	105
	4	65	85	100	110	115
	5	75	90	105	115	120



Loi des rendements marginaux décroissants :

**Du travail :** Je fixe le capital par exemple à 3 (Cf : Graph') et je regarde comment la production varie avec le travail. Elle augmente avec un taux décroissant (elle augmente de moins en moins vite) ; on passe de  $q_1 = 55$  à  $q_3 = 75$  à  $q_4 = 90$  à chaque augmentation d'une unité de travail.

**Du capital :** Je fixe le travail à 3 unités par exemple (Cf : Graph') et je regarde comment la production varie avec le capital. Avec  $K = 1$  je produis 55, avec  $K = 2$  je produis 75 et avec  $K = 3$  je produis 90. Donc la production augmente à un taux décroissant.

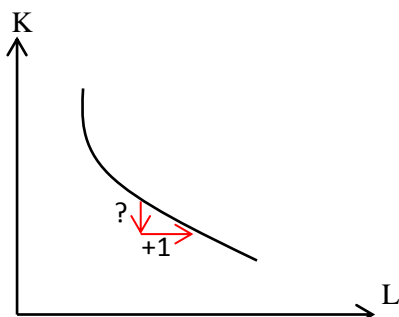
Ici la loi des rendements marginaux décroissants s'appliquent pour le travail et le capital. Attention, il s'agit de **court terme** car on fixe une des deux variables à chaque fois.

B) Le taux marginal de substitution technique (TMST).

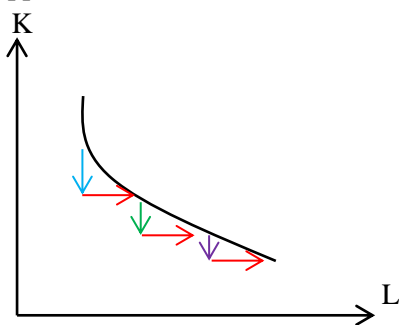
$TMST = |Pente\ de\ l'isoquante| :$

A combien d'un input le producteur doit-il renoncer pour utiliser une unité supplémentaire de l'autre input tout en maintenant son niveau de production inchangé.

$$TMST_{LK} = \left| \frac{dK}{dL} \right|$$



$TMST_{LK}$ : A combien d'unités de capital le producteur doit-il renoncer pour utiliser une unité supplémentaire de travail tout en maintenant la production inchangée.



Flèche bleu > Flèche verte > Flèche violette [Les flèches sont donc de plus en plus petite.]

$TMST_{LK}$  est décroissant car les rendements marginaux sont décroissants.

C) Productivité marginale et TMST.

**Productivité marginale du travail :** Production supplémentaire occasionnée par une unité supplémentaire de facteurs travail.

L'augmentation de la production due à l'utilisation d'unités supplémentaires de travail est :

$$\Delta q = PmL \times \Delta L \text{ (Variation qui peut être positive ou négatif.)}$$

De même, la réduction de la production due à une utilisation moins importante du capital est égal à :

$$\Delta q = PmK \times \Delta K$$

$$\text{Au total : } \Delta q = PmL \times \Delta L + PmK \times \Delta K$$

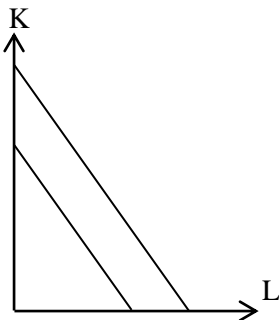
$$\text{Le long d'une même isoquante, } \Delta q = 0 \Leftrightarrow PmL \cdot \Delta L + PmK \cdot \Delta K = 0 \Leftrightarrow \frac{PmL}{PmK} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$$

$$\text{Cela permet d'écrire le TMST : } TMST_{LK} = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right| = \frac{PmL}{PmK} \frac{\Delta q}{\Delta L} \text{ (Cas discret.)}$$

$$TMST_{LK} = \left| \frac{dK}{dL} \right| = \frac{PmL}{PmK} \frac{dq}{dL} \text{ (Cas continu.)}$$

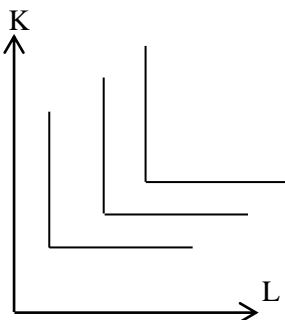
D) Facteurs de production particuliers.

- Facteurs parfaitement substituables.



Le TMST est constant le long de chaque isoquante.

- Facteurs parfaitement complémentaires.



## Les rendements d'échelle.

A long terme, les entreprises doivent décider de combien/comment augmenter leur production. Elles font cela en plus de décider quelle quantité de L et K utiliser pour un niveau de production donné.

Rendements d'échelle : Taux auquel la production augmente lorsque les quantités de facteurs de production augmentent dans la même proportion.

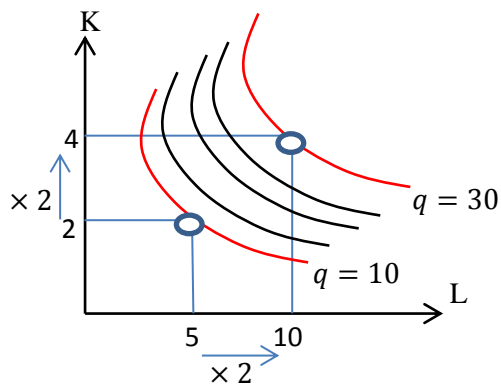
### **Rendements d'échelle croissants :**

La production augmente proportionnellement plus que vos facteurs de production.

Ex : On double les facteurs de production => La production a plus que doublé.

Pour tout  $\lambda > 1$  où  $F(K, L)$  la fonction de production.

$$F(\lambda K, \lambda L) > \lambda F(K, L)$$



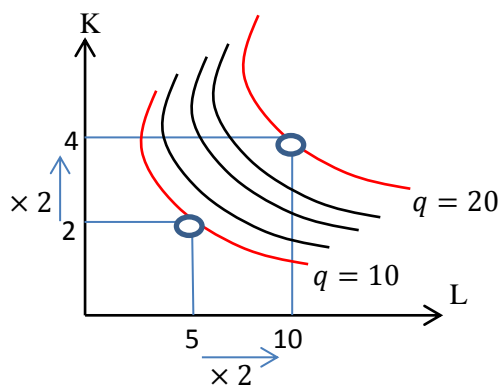
$$\left. \begin{array}{l} q(K = 2, L = 5) = 10 \\ q(K = 4, L = 10) > 30 > 20 \end{array} \right\} \text{Rendements d'échelles croissants.}$$

### **Rendements d'échelle constants :**

La production augmente du même montant que les inputs.

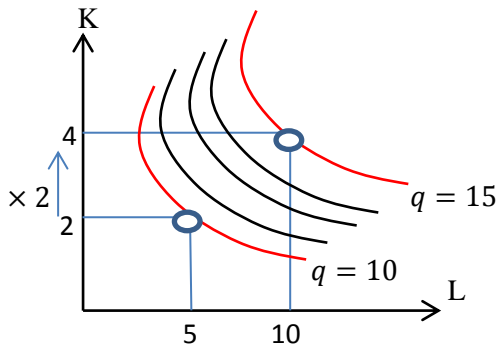
Ex : Si nos inputs triplent, la production triple.

Si pour tout  $\lambda > 1$  ;  $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$  alors rendements d'échelles constants.



**Rendements d'échelles décroissants :**

Si  $\lambda > 1$  ;  $F(\lambda K, \lambda L) < \lambda F(K, L)$



Exercice 3 :

$$Q = -50 + 10L - 0,02L^2$$

$$1) PML = \frac{Q}{L} = \frac{-50+10L-0,02L^2}{L} = -\frac{50}{L} + 10 - 0,02L$$

$$\text{Pour } L = 100 \text{ } PML = -\frac{50}{100} + 10 - 0,02 \times 100 = -\frac{1}{2} + 10 - 2 = 7,5$$

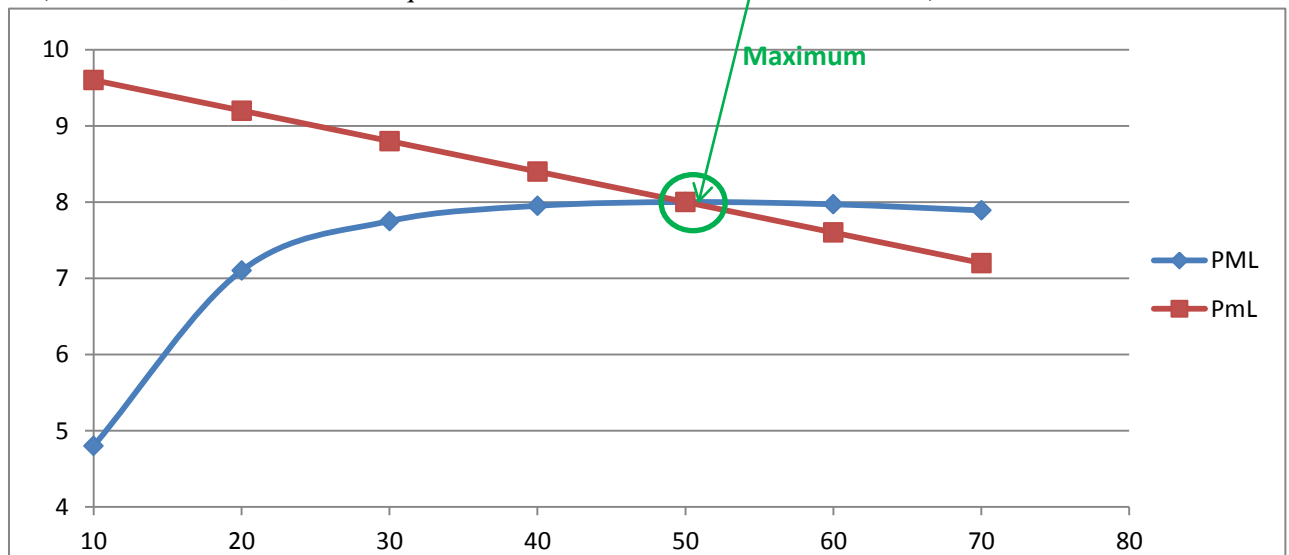
$$PmL = \frac{dQ}{dL} = 10 - 0,04L \quad (\text{Equation d'une droite.})$$

$$\text{Pour } L = 100, PmL = 10 - 0,04 \times 100 = 10 - 4 = 6$$

2)

L	10	20	30	40	50	60	70
PML	4,8	7,1	7,75	7,95	8	7,97	7,89
PmL	9,6	9,2	8,8	8,4	8	7,6	7,2

(Comme vu en cours, une fois que les courbes se sont croisées, PML décroît.)





3) Il y a deux méthodes pour le faire.

1<sup>ère</sup> méthode : On maximise la PML par rapport à L : Calculer la dérivée première et vérifier que la dérivée seconde est négative.

$$PML = -\frac{50}{L} + 10 - 0,02L = -50L^{-1} + 10 - 0,02L$$

$$\frac{\partial PML}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow 50L^{-2} - 0,02 = 0 \quad [1]$$

$$\frac{\partial^2 PML}{\partial L^2} < 0 \Leftrightarrow -100L^{-3} < 0 \text{ Donc la dérivée seconde est bien négative.}$$

$$\text{De [1]} \quad 50L^{-2} - 0,02 = 0 \Leftrightarrow \frac{50}{L^2} = 0,02 \Leftrightarrow L^2 = 2300 \Leftrightarrow \mathbf{L = 50}$$

2<sup>ème</sup> méthode : Egaliser PML et PmL puisque la PmL coupe PML en son maximum.

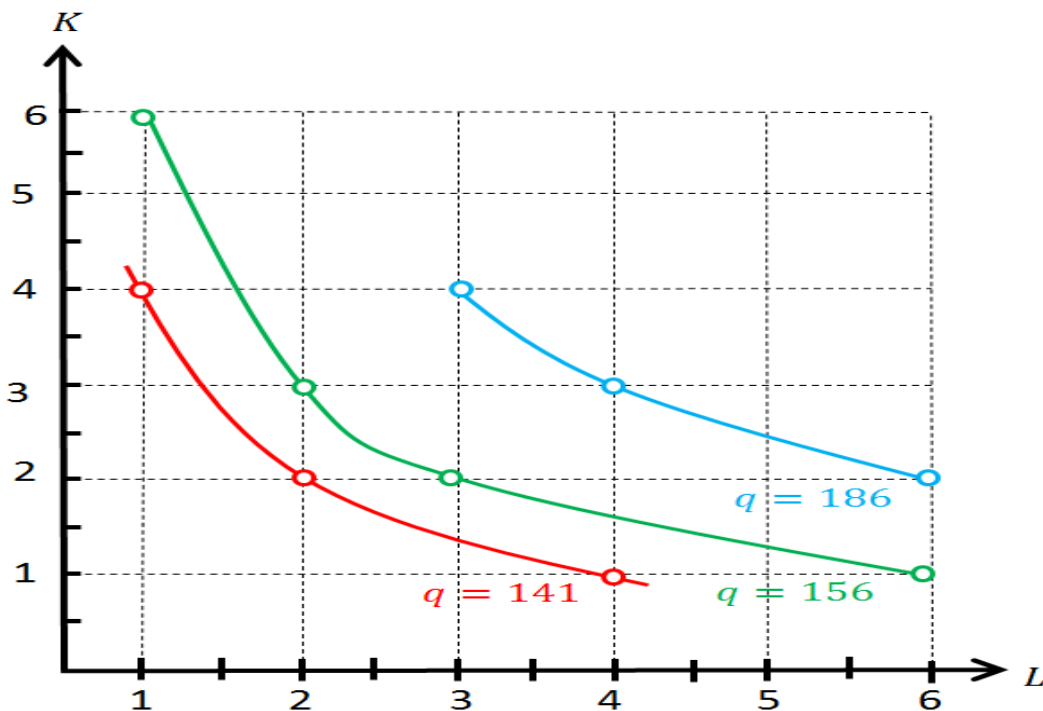
Calculons  $PML = PmL$ .

$$-\frac{50}{L} + 10 - 0,02L = 10 - 0,04L \Leftrightarrow -\frac{50}{L} + 0,02L = 0 \Leftrightarrow -50 + 0,02L^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow L^2 = \frac{50}{0,02} \Leftrightarrow L^2 = 2500 \Leftrightarrow \mathbf{L = 50}$$

Exercice 4 :

1) [La flemme de faire les 3.]



2)

Pour ce faire, il faut fixer un facteur de production (comme on en a 2) et analyser l'évolution de la Pm de l'autre facteur.

Technologie 1 :

-On fixe  $K = 1$ , les valeurs successives de la production quand L augmente de 1 à 6 sont 100, 119, 132, 141, 149 et 156.

Donc les valeurs successives de la PmL sont 19, 13, 9, 8 et 7.

PmL est décroissante donc la loi des rendements marginaux s'appliquent ici.

On fait pareil pour les deux autres technologies (tableaux).

3)

Pour étudier les rendements d'échelle, on regarde l'évolution de l'output lorsque les 2 inputs augmentent dans la même proportion.

Quelle que soit la technologie de production, la combinaison de facteur  $K = L = 1$  permet de produire 100 unités d'output.

Pour la technologie 1, la combinaison  $K = 2 = L$  permet de produire 141.

Or,  $141 < 2 \times 100 \rightarrow$  Les rendements d'échelles sont décroissants.

Autrement écrit :  $F(2K, 2L)$  avec  $K = L = 1$

$141 < 2 \times F(K, L) = 200$

## Les coûts de production.

Questions :

- 1) Quels coûts prendre en compte ?
- 2) Les coûts de court terme.
- 3) Les coûts de long terme.
- 4) Les courbes de coût à long et court terme.

On verra dans ce chapitre :

Qu'il existe un choix optimal d'inputs qui minimise les coûts.

Que les coûts d'une entreprise dépendent de son niveau de production et sont susceptibles de varier avec le temps (CT et LT).

## La mesure des coûts : Quels coûts prendre en compte ?

- Définition de coûts :
  - Les coûts sont les salaires et le loyer qu'elle paie pour ses bureaux et machines.
    - Mais que se passe-t-il si l'entreprise possède ses propres bureaux et machines ?
- Il y a deux « visions », celle des comptables et celle des économistes.
  - Les comptables envisagent la situation d'une entreprise rétrospectivement.
    - Coûts comptables : Les dépenses effectives + Coûts d'amortissement de l'équipement.
  - Les économistes ont une vision tournée vers l'avenir.
    - Coûts économiques : Les coûts d'utilisation des ressources dans la production et les coûts d'opportunité qui jouent un rôle clé.

Coût d'opportunité : Le coût des opportunités auxquelles l'entreprise a renoncé en n'assignant pas ses ressources à leur meilleure utilisation alternative.

Un exemple :

Une entreprise possède un immeuble et ne paie donc pas de loyer pour ses bureaux.

Les coûts liés à ses bureaux sont-ils nuls ?

Réponse du comptable : Oui.

Réponse de l'économiste : Non car l'entreprise aurait pu percevoir un loyer en louant ses bureaux.

Ce loyer auquel elle a renoncé est le coût d'opportunité de l'utilisation de ses bureaux. Il devrait être inclus dans les coûts économiques.

Remarque : Coûts d'opportunité  $\neq$  Coûts irrécupérables.

**Coût irrécupérables :** Les dépenses qui ont été effectués et qui ne peuvent pas être récupérés.

Les couts irrécupérables sont visibles mais les couts irrécupérables après avoir été encourus, devraient systématiquement être ignorés dans les décisions futures.

**Coûts d'opportunités :** Ils sont souvent cachés contrairement aux coûts irrécupérables.

Exemple :

Supposons qu'une entreprise achète un équipement spécialisé qui ne peut être utilisé que pour l'usage pour lequel il a été conçu, à l'exclusion de toutes autres dépenses faites pour cet équipement sont des coûts irrécupérables.

-Coûts d'opportunités ? Il est de zéro car il n y a pas d'utilisation alternative.

Exemple :

Une entreprise se demande si elle déménage son siège social dans une autre ville.

-L'année précédente, elle a payé 500 000€ une option pour l'achat d'un immeuble dans cette autre ville. Le coût de cet immeuble est de 5M €. Si elle déménage, sa dépense totale sera de 5,5M €.

-Elle trouve un immeuble équivalent à un prix de 5,25M.

\_Quelle immeuble devrait-elle acheter ?

**Réponse :** Comme l'option est un coût irrécupérable, elle devrait acquérir l'immeuble initial.

Si elle choisissait celui à 5,25M, ça lui coûterait au total 5,75M car les 500 000€ sont un coût irrécupérable. Si le deuxième immeuble coûtait moins de 5M alors oui elle aurait due l'acheter.

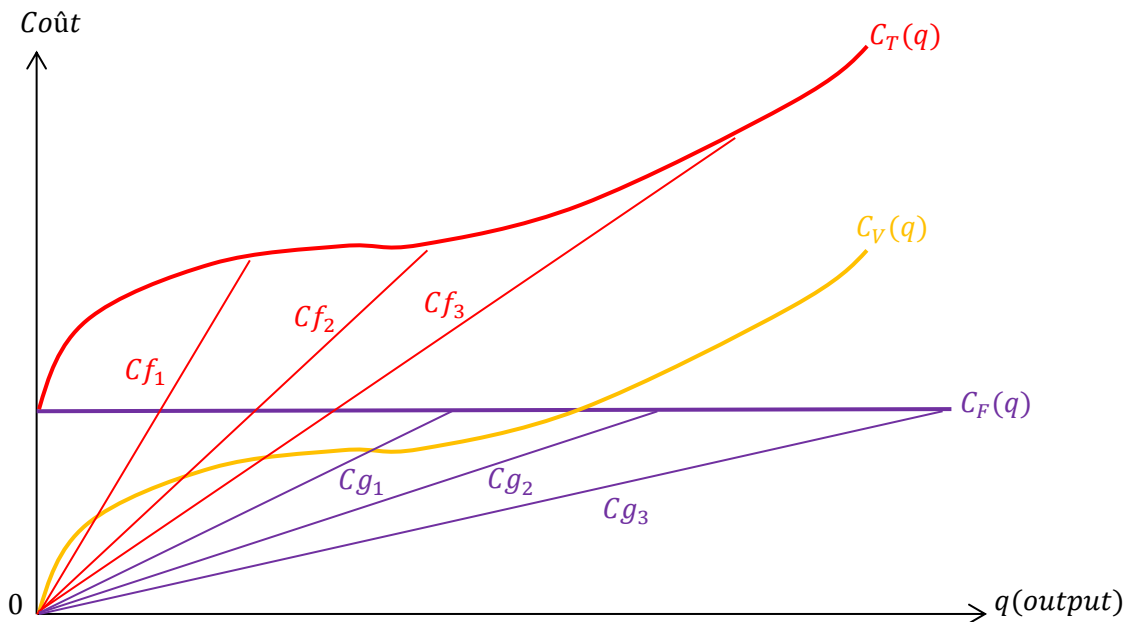
Autres définitions de coûts :

**-Coûts fixes :** Coût qui ne varie pas selon le niveau de production. Il s'agit en général de coûts lié au stock de capital qui est fixe, comme le coût de location par exemple.

**-Coûts variables :** Coût qui varie avec le niveau de production, c'est-à-dire le coût d'acquisition du facteur variable, comme la rémunération des travailleurs par exemple.

**Remarque : Ne pas confondre coûts fixe et coûts irrécupérables !**

$C_T$ : Coût total.       $C_V$ : Coût variable.       $C_F$ : Coût fixe.



On voit que plus on produit, plus le coût total est faible ; en effet on voit que les pentes des courbes sont de plus en plus faibles proportionnellement à la production, ça veut dire que chaque unité supplémentaire nous coûte moins chère.

$$Cf_1 < Cf_2 < Cf_3$$

Pareil pour les coûts fixes :  $Cg_1 < Cg_2 < Cg_3$

**Exemple : Fabrication de logiciels.**

La plupart des coûts sont irrécupérables. L'entreprise va dépenser une forte somme d'argent pour développer une nouvelle application. Ces dépenses ne peuvent être récupérées donc coûts irrécupérables élevés.

Ses coûts variables sont faibles : Copie du logiciel sur CD, étiquetage, envoi du produit.

Ses coûts fixes sont faibles : Ordinateurs.

**Exemple : Pizzeria.**

Pour une pizzeria, il y a très peu de coûts irrécupérables car les fours, tables et chaises peuvent être revendus si la pizzeria ferme.

$C_V$  Faible : Ingrédients, salaires de quelques employés.

$C_V$  Élevé : Coût d'opportunité du propriétaire (il pourrait être employé) + coût d'opportunité du loyer du bâtiment (il pourrait le louer à quelqu'un).

**Coût marginal [Cm] :** Accroissement du coût correspondant à la production d'une unité supplémentaire.

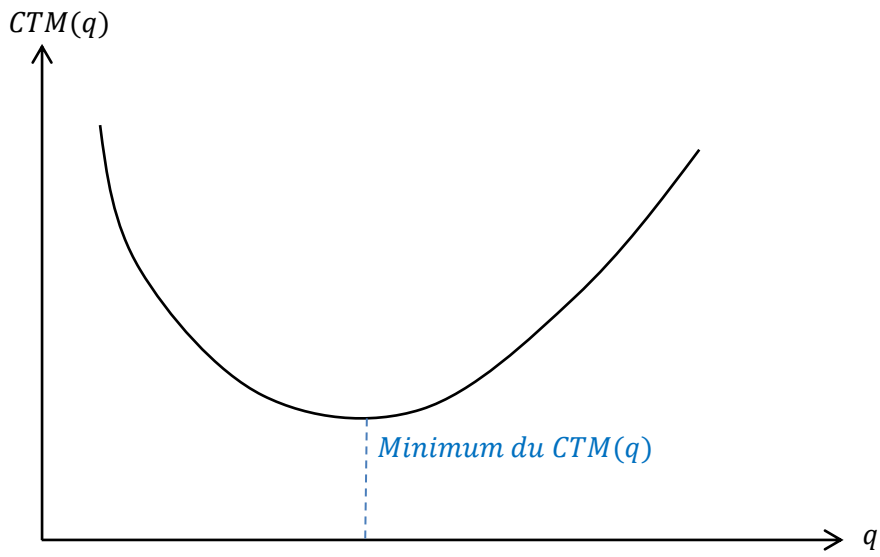
$$Cm = \frac{\Delta C_T(q)}{\Delta q} = \frac{\Delta C_V(q)}{\Delta q}$$

Pourquoi ? Parce que  $C_T = C_V + C_F$  et  $C_F$  est une constante donc  $\Delta C_F = 0$ . (Si c'est fixe ça ne bouge pas.)

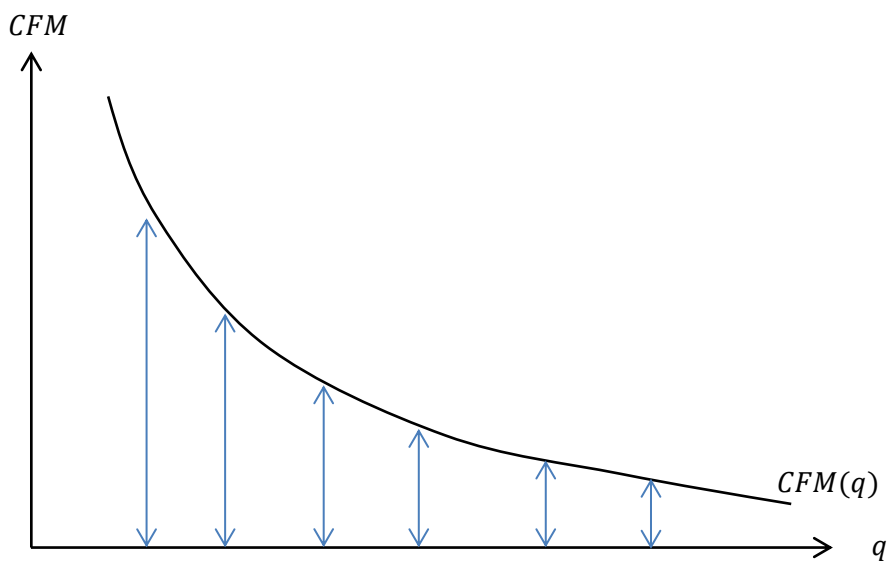
Coût total moyen [CTM] :

$$CTM = \frac{C_T(q)}{q} = \frac{C_F + C_V(q)}{q} = \frac{C_F}{q} + \frac{C_V(q)}{q}$$

Avec  $\frac{C_F}{q} = CFM$  [Coût fixe moyen] et  $\frac{C_V(q)}{q} = CVM(q)$  [Coût variable moyen].

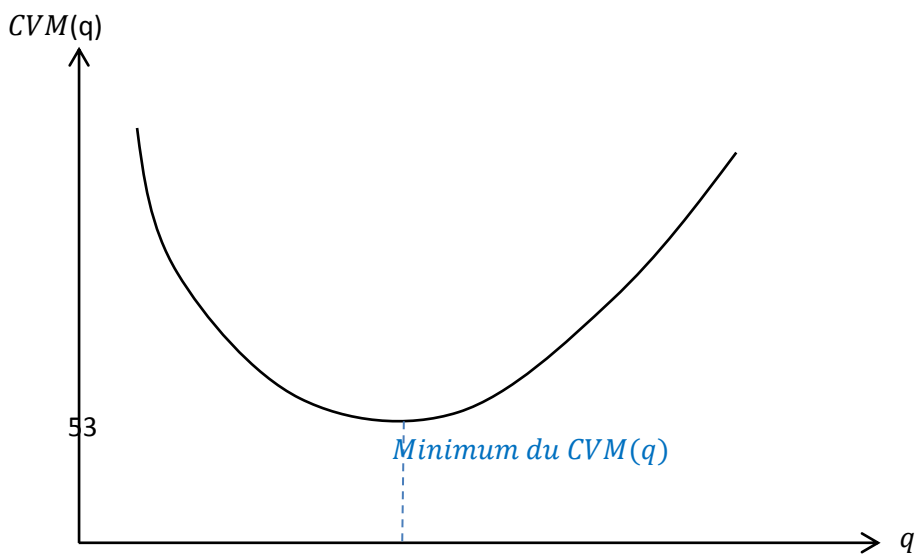


$$C_T(q) = C_F + C_V(q)$$

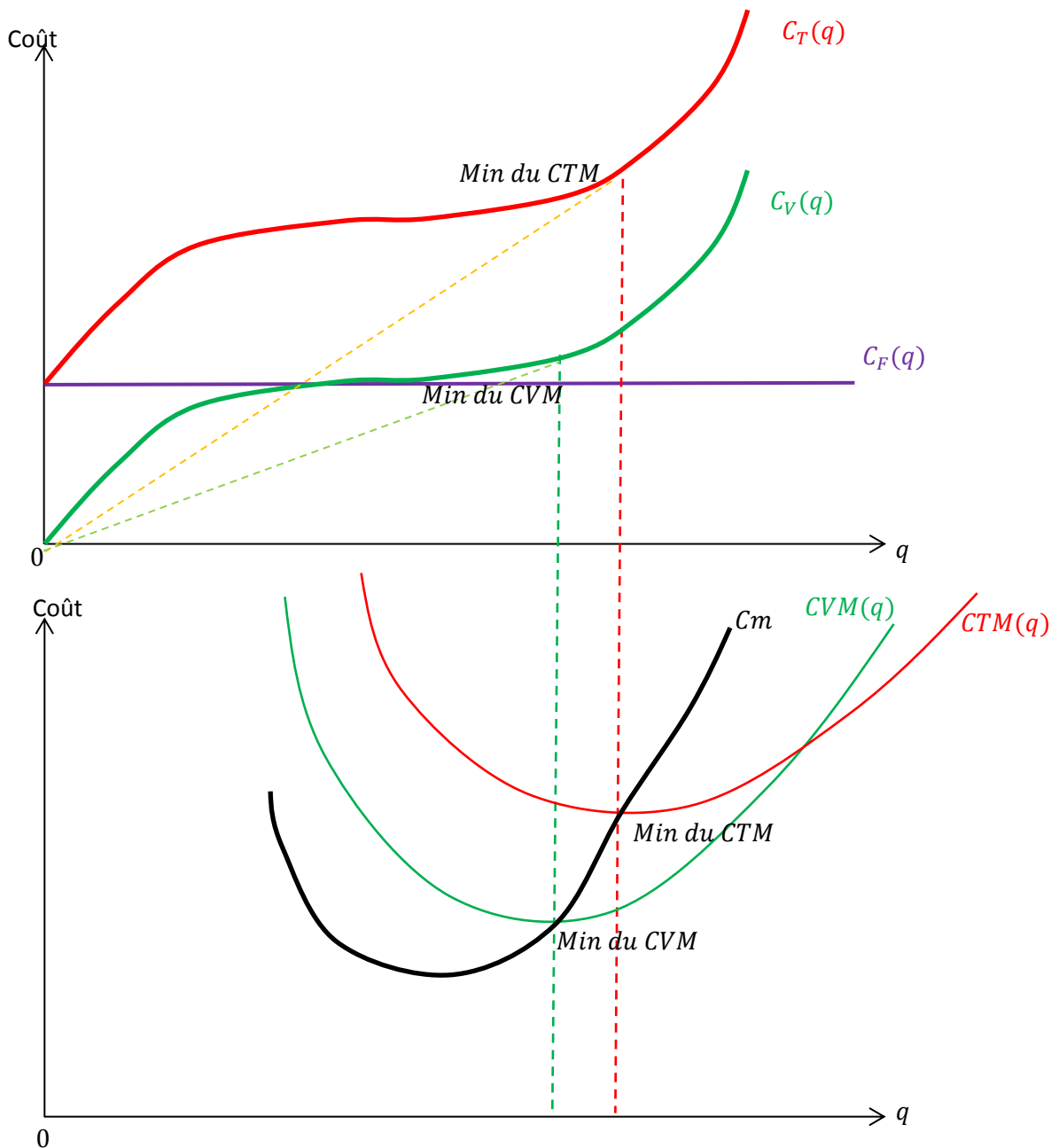


$$CFM = \frac{CF}{q}$$

Quand  $q$  augmente  $CFM$  diminue.



*Quais je sais, les graph' sont un peu tordu mais j'ai batté x). Walid*



Quand  $CM < CVM \rightarrow CVM$  diminue.  
 $CM > CVM \rightarrow CVM$  augmente.

Quand  $CM < CTM \rightarrow CTM$  diminue.  
 $CM > CTM \rightarrow CTM$  augmente.

$CM$  coupe le  $CVM$  et le  $CTM$  en leur minimum respectif.

Les rendements marginaux décroissants du travail correspondent à une productivité marginale [Pm] décroissante du travail.

Si le travail est le seul facteur de production et que la PmL est décroissante, que se passe-t-il en termes de coûts lorsque nous augmentons la production ?

On va devoir recruter plus pour augmenter la production → CV et CT augmentent.

Relation entre la production et les coûts (de court terme).

Salaires fixes :  $w$       Rappel :  $Cm = \frac{\Delta C_V}{\Delta q}$

Or,  $\Delta C_V = w \cdot \Delta L$

[ $\Delta L$ : Nombre de travailleurs supplémentaire pour produire un supplément de production  $\Delta q$ ]

⇔  $Cm = \frac{w \cdot \Delta L}{\Delta q}$  [1] (On a juste remplacé  $\Delta C_V$ )

Or  $PmL = \frac{\Delta q}{\Delta L} \Leftrightarrow \frac{\Delta L}{\Delta q} = \frac{1}{PmL}$  [2]

$Cm = w \times \frac{\Delta L}{\Delta q}$

(On remplace juste  $\frac{\Delta L}{\Delta q}$  par  $\frac{1}{PmL}$ )


⇔  $Cm = w \times \frac{1}{PmL}$

⇔  $Cm = \frac{w}{PmL}$

Lorsque PmL est élevé, le CM est faible. ( $w$  bouge pas car fixé ici.)

NB : Les rendements marginaux décroissants du travail indique que la PmL diminue quand la quantité utilisée de L augmente.

→ La Cm augmente lorsque la production augmente.

Donc  $Cm = \frac{w}{PmL}$  

### Exercice 2.1 :

$$C_1 = 1600 + y^2$$

$$C_2 = 1600 + y^2$$

1)

$$C_2^A = 3 \times 10Y = 30Y \rightarrow \text{Coût de la matière première}$$

$$C_2^{MO} = 3 \times 15Y = 45Y$$

2) Les fonctions de coût total :

$$C^A(Y) = C_1^A + C_2^A = 1600 + Y^2 + 30Y$$

$$C^{MO}(Y) = C_1^{MO} + C_2^{MO} = 1600 + Y^2 + 30Y$$

3)  $C^A(Y=0) = C^{MO}(Y=0) = 1600$  : Coût fixe.

4) Le coût moyen :  $CM^A(Y) = \frac{C^A(Y)}{Y} = \frac{1600}{Y} + Y + 30$

Le coût marginal :  $\frac{dC^A(Y)}{dY} = 2Y + 30$

Le coût variable moyen :  $CVM^A = \frac{C^A(Y) - C_F}{Y}$

$C^A(Y) - C_F = \frac{Y^2 + 30Y}{Y} = Y + 30$

Pour les autres :

Le coût moyen :  $CM^{MO}(Y) = \frac{C^A(Y)}{Y} = \frac{1600}{Y} + Y + 45$

Le coût marginal :  $\frac{dC^{MO}(Y)}{dY} = 2Y + 45$

Le coût variable moyen :  $CVM^{MO} = \frac{C^{MO}(Y) - C_F}{Y}$

$C^{MO}(Y) - C_F = \frac{Y^2 + 30Y}{Y} = Y + 45$

5) Représentation graphique.

Le minimum du coût moyen vérifie :

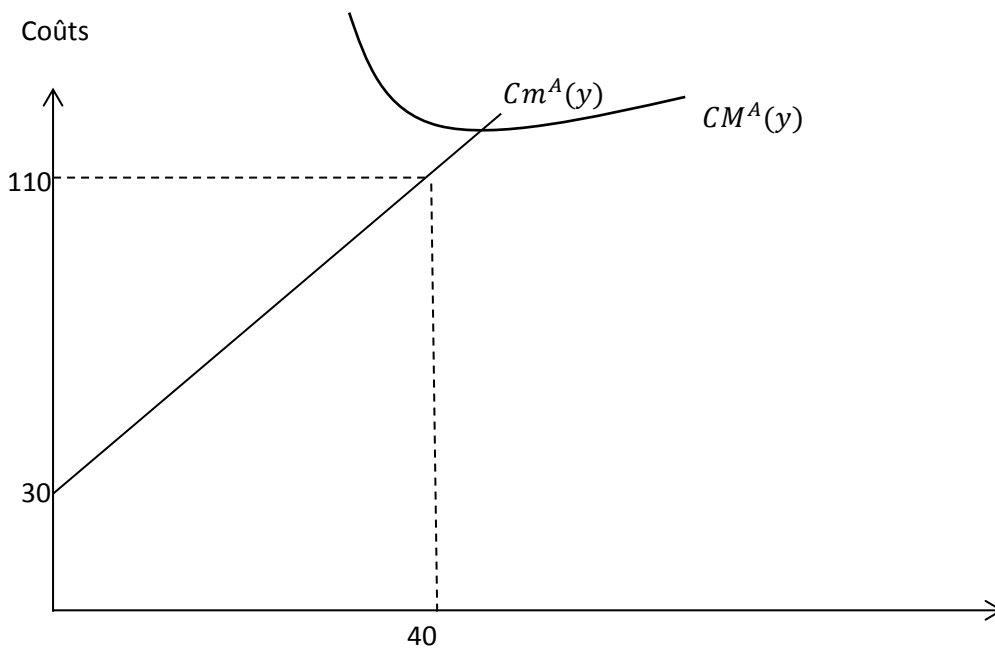
$CM^A(Y) = Cm^A(Y)$

$\Leftrightarrow \frac{1600}{Y} + Y + 30 = 2Y + 30$

$\Leftrightarrow Y = \frac{1600}{Y} \Leftrightarrow Y^2 = 1600 \Leftrightarrow Y = 40$

$\Leftrightarrow CM^A(Y = 40) = 110$

6)  $CM^A(Y) = 30 + 2Y$  <- Droite





## Coûts de long terme.

Objectif de l'entreprise à long terme :

Comment doit-elle sélectionner les facteurs de production pour produire à un niveau donné en minimisant les coûts ?

### **Hypothèses principales :**

On a seulement 2 facteurs production : L et K.

Le prix du L :  $w (> 0)$

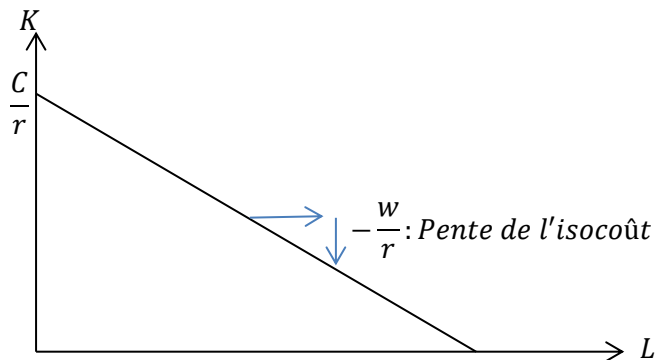
Prix du capital :  $r (> 0)$

Les isocoûts : Ensemble des combinaisons de facteurs (inputs) dont l'acquisition coûterait le même montant à l'entreprise ; indépendamment de la quantité d'output que chacune des combinaisons permet de produire et qui peut elle varier d'une combinaison à l'autre.

Prenons un isocoût le long duquel le cout est  $C$

$$C = wL + rK \Leftrightarrow rK = C - wL \Leftrightarrow K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r}L \quad (\text{la pente est } -\frac{w}{r})$$

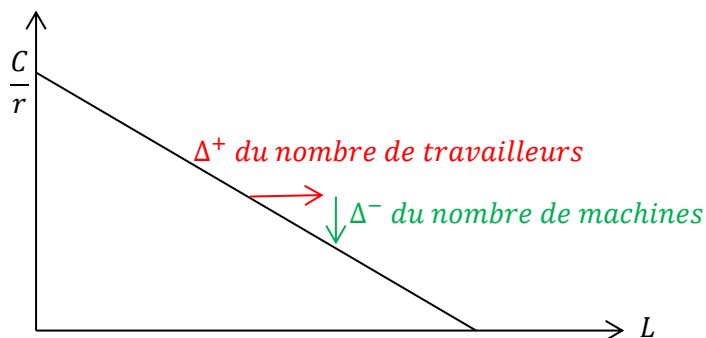
La pente de la droite d'isocoût :  $-\frac{w}{r}$  est le taux de substitution du travail au capital, sans variation de 2

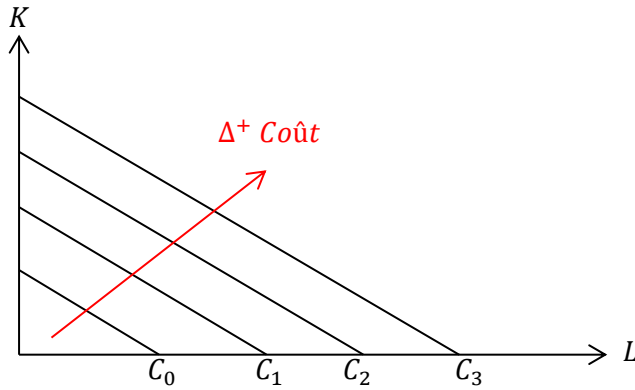


Le choix des facteurs s'effectue en minimisant les couts pour un niveau de production donné :

.L'isoquante représente la quantité que l'on souhaite produire.

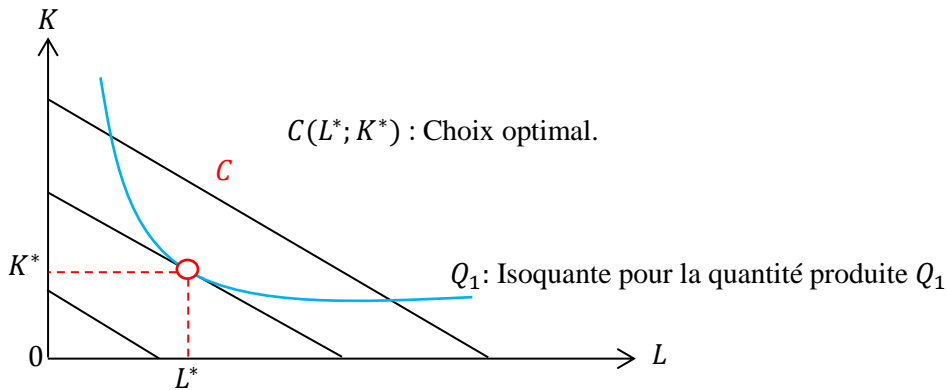
La droite d'isocoût donne les combinaisons (K, L) à un cout donné





$$C_3 > C_2 > C_1 > C_0$$

- Le choix des inputs s'opère en minimisant les coûts pour un niveau de production donnée.
  - L'isoquante représente la quantité que vous souhaitez produire.
  - L'isocoût représente la combinaison de capital et de travail qui donne un coût donné.



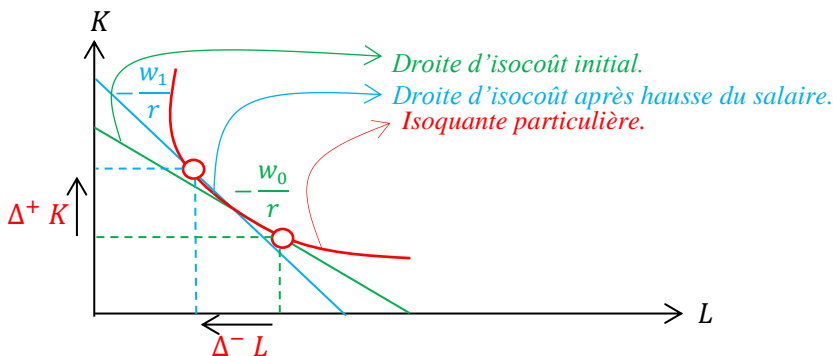
Attention :  $(K^*, L^*)$  est telle que la pente de l'isoquante en  $(K^*, L^*)$  égale la pente de l'isocoût est

$$\left| \frac{w}{r} \right| = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right| = \left| \frac{PmL}{PmK} \right| = TMST_{LK}$$

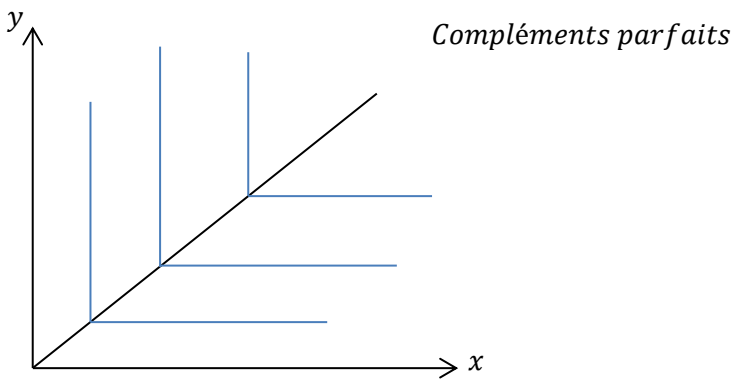
En cette combinaison, l'entreprise minimise ses coûts.

N.B : « Impact d'un changement du prix des facteurs, l'autre est maintenue constant sur la droite d'isocoût. »

Salaires initial :  $w_0$  il augmente à  $w_1$  avec  $w_0 < w_1$



$$\text{Min}\{\lambda x, \lambda y\} = \lambda \text{Min}\{x, y\}$$



Exercice 2.3 :

$$w = 5, r = 20$$

1)

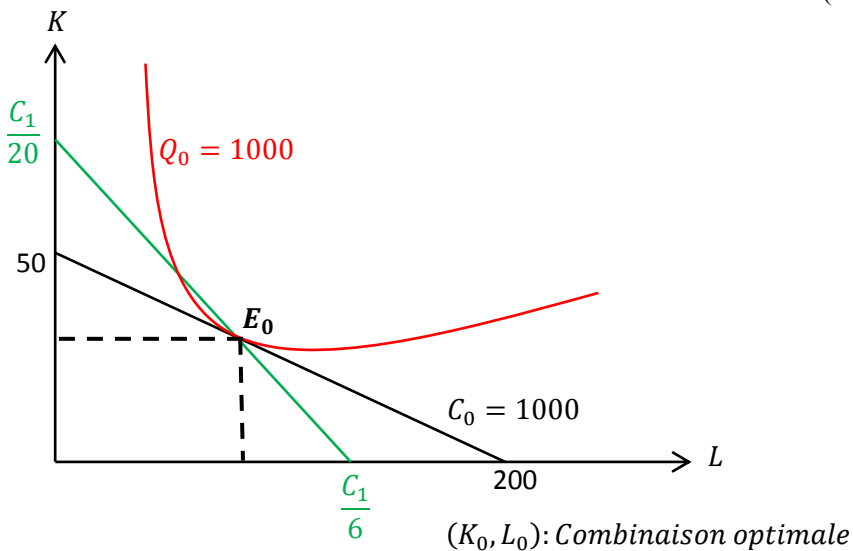
L'équation de la droite d'isocout associée a une de dépense  $C_0 = 1000$

$$5L + 20K = 1000 \Leftrightarrow K = 50 - \frac{1}{4}L$$

2)

$w = 6$  Court terme donc  $k$  fixe

Le surcout associé à l'introduction d'un salaire minimum est de  $(6-5)L=L$  mais ici  $L$  est fixé



$$w = 5 \rightarrow w = 6$$

La nouvelle droite d'isocout est plus pentue :  $\left| -\frac{6}{20} \right| = \frac{6}{20} > 0,25$

3)

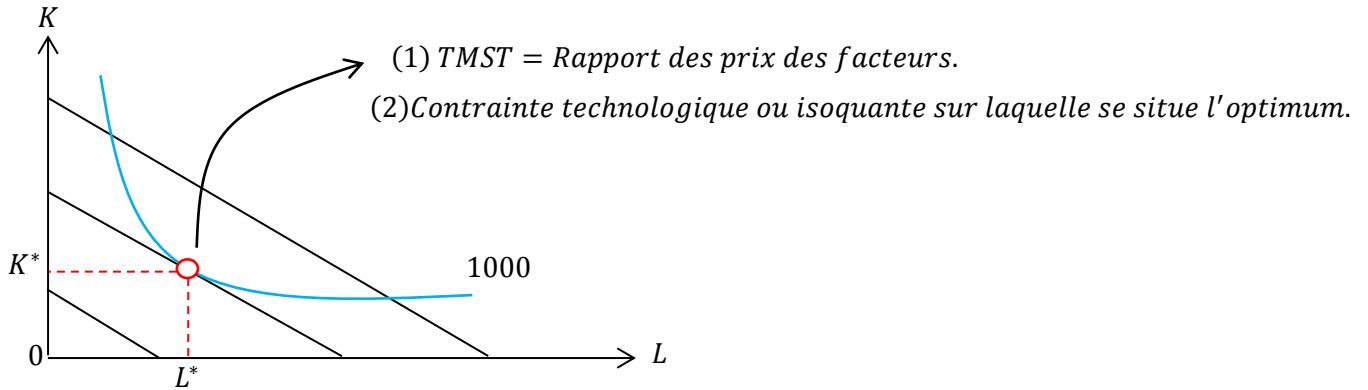
$$Q_0 = 1000 \qquad w = 6$$

A long terme, l'entreprise peut faire varier les deux variables mais pas à court terme.

$E_1$  se situe au-dessus de la droite d'isocout initiale ( $C_0 = 1000$ ) → Le coût pour produire  $E_1$  est plus élevée que pour produire  $E_0$ . On s'y attendait vu que le salaire a augmenté.

Par contre, le coût, ici, s'est réduit par rapport à la situation à court terme car on a pu ajuster les deux facteurs de production.

$$4) Q = K^{\frac{3}{2}} \times L^{\frac{1}{2}}$$



Système de 2 équations :

$$(1) TMST = \frac{PmL}{PmK} = \frac{w}{r}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{\partial K^{\frac{3}{2}} L^{\frac{1}{2}}}{\partial L}}{\frac{\partial K^{\frac{3}{2}} L^{\frac{1}{2}}}{\partial K}} = \frac{\frac{1}{2} K^{\frac{3}{2}} L^{-\frac{1}{2}}}{\frac{3}{2} K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}} = \frac{K}{3L} = \frac{w}{r} \quad (1)$$

(2) La contrainte technologique.

$$K^{\frac{3}{2}} \times L^{\frac{1}{2}} = 1000 \quad (2) : \text{Quantité de bien que l'on veut produire.}$$

J'extrais L de (1):  $3Lw = Kr$

$$\Leftrightarrow L = \frac{Kr}{3w} \text{ où } r = 20 \text{ et } w = 5. \text{ Donc } L = \frac{20K}{15} = \frac{4K}{3} \quad (1')$$

On peut réécrire (2) en faisant apparaître L :

$$K^{\frac{3}{2}} \times L^{\frac{1}{2}} = 1000 \Leftrightarrow K^3 L = 1000^2 \quad (2')$$

Substituons (1') dans (2') :

$$K^3 \times \frac{4K}{3} = 1000^2 \Leftrightarrow K^4 = \frac{3}{4} 1000^2 \Leftrightarrow K^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1000 \Leftrightarrow K = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2} \times 1000} \approx 29,4$$

On peut trouver  $L^*$  en substituant  $K^*$  dans (1') :

$$L^* = \frac{4K^*}{3} = \frac{4 \times 29,4}{3} \approx 39,24$$

$$\rightarrow \text{Coût: } wL^* + rK^* = 5 \times 39,24 + 20 \times 29,4 = 784,8$$

Introduisons maintenant le salaire minimal  $w = 6$ .

.  $TMST = \frac{w}{r}$  (« Condition de tangence » ou d'optimalité.)

$$L = \frac{K}{3} \times \frac{20}{6} = \frac{10}{9} K \quad (1)$$

. Contrainte technologique :  $K^{\frac{3}{2}} \times L^{\frac{1}{2}} = 1000 \Leftrightarrow K^3 \times L = 1000^2 \quad (2)$

$\rightarrow K^3 \times \frac{10}{9} K = 1000^2$  EN substituant (1) dans (2).

$$\Leftrightarrow \frac{10}{9} K^4 = 1000^2 \Leftrightarrow K^4 = 1000^2 \times \frac{9}{10} \Leftrightarrow K^2 = 1000 \times \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\Leftrightarrow K^* = \sqrt{\frac{1000 \times 3}{\sqrt{10}}} = 30,8 \quad \text{Elle a augmenté.}$$

$$\text{Or } L^* = \frac{K^*}{3} \times \frac{20}{6} = \frac{10}{9} K^* \quad (1)$$

$$L^* = \frac{10}{9} \times 30,8 = 34,22 \quad \text{Elle a diminué.}$$

$\rightarrow$  Coût de production :  $20K^* + 6L^* = 20 \times 30,8 + 6 \times 34,22 = 821,4$  Le coût a augmenté.

Exercice 2.2 :

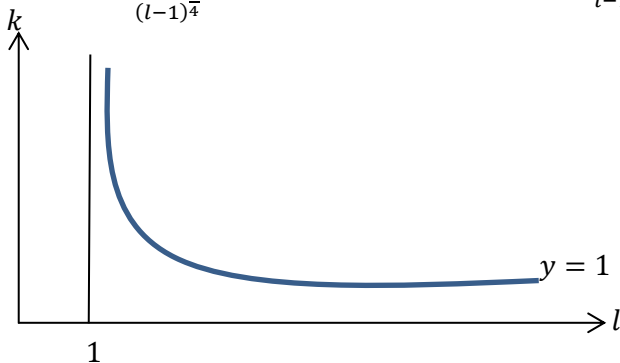
$$y = k^{\frac{1}{4}}(l-1)^{\frac{1}{4}} \text{ si } l \geq 1$$

$$\Leftrightarrow y = 0 \text{ si } l < 1$$

1) Equation de l'isoquante associée à  $y = 1$ .

$$k^{\frac{1}{4}}(l-1)^{\frac{1}{4}} = 1$$

$$\Leftrightarrow k^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{(l-1)^{\frac{1}{4}}} \text{ Si et seulement si } l > 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{l-1}$$



Lorsque  $l \rightarrow 1: k \rightarrow +\infty$

Lorsque  $l \rightarrow +\infty: k \rightarrow 0$

$$\frac{dk}{dl} = \frac{1}{(l-1)^2} < 0 \quad (\text{Avec } (l-1)^2 > 0)$$

2)

a)  $r = w = 1$

A l'optimum, on a :

$$(1) \frac{P_{ml}}{P_{mk}} = \frac{w}{r} \Leftrightarrow \frac{\frac{\frac{1}{4}k^{\frac{1}{4}}(l-1)^{\frac{1}{4}}}{\frac{\partial}{\partial l} \frac{1}{4}k^{\frac{1}{4}}(l-1)^{\frac{1}{4}}}}{\frac{\frac{1}{4}k^{\frac{1}{4}}(l-1)^{\frac{1}{4}}}{\frac{\partial}{\partial k} \frac{1}{4}k^{\frac{1}{4}}(l-1)^{\frac{1}{4}}}} = 1 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{4}k^{\frac{1}{4}}(l-1)^{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4}k^{-\frac{3}{4}}(l-1)^{\frac{1}{4}}} = 1 \Leftrightarrow \frac{k}{l-1} = 1 \Leftrightarrow k = l-1 \quad (1)$$

(2) Equation de l'isoquante :  $k = \frac{1}{l-1}$  (2)

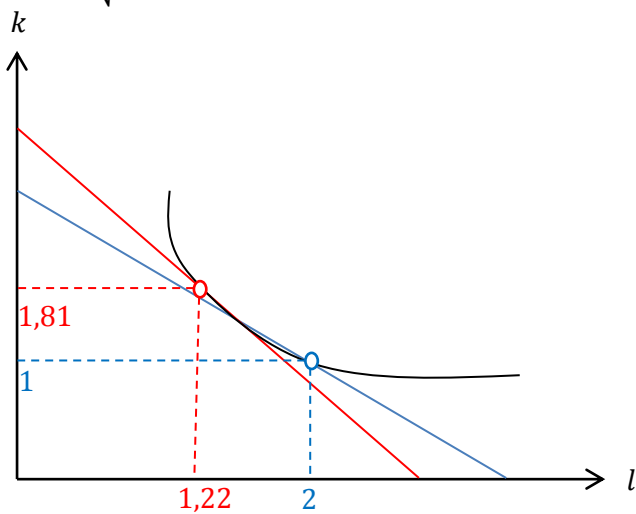
Résoudre le système d'équations (1) et (2) :

$$l - 1 = \frac{1}{l-1} \Leftrightarrow (l - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow l^* = 2 \rightarrow k^* = 1 \text{ si et seulement si } l \geq 1.$$

b)  $r = 2$  et  $w = 3$ .

$$l^* = \sqrt{\frac{2}{3}} + 1 \approx 1,81$$

$$k^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1,22$$



Exercice 2,4 :

$$CT(y) = \begin{cases} y^2 & \text{ssi } y \leq 7 \\ 14y - 49 & \text{ssi } y > 7 \end{cases}$$

1)  $CT(y) = 0^2 = 0$

$$2) CM(y) = \begin{cases} y & \text{ssi } y \leq 7 \\ \frac{14y-49}{y} & \text{ssi } y > 7 \end{cases} = \frac{CT(y)}{y}$$

$CVM(y) = CM(y)$  Puisqu'il n'y a pas de coût fixe.

$$Cm(y) = \frac{dCT(y)}{y} = \begin{cases} 2y & \text{ssi } y \leq 7 \\ 14 & \text{ssi } y > 7 \end{cases}$$

# The End

*Bonnes révisions et bonne chance pour l'exam'.*

*A l'année prochaine, j'espère =D !*

*Walid . Y*