Maths X gestion

2016

II

Maths gestion TD 29/11/2016

taux de déplacement

s_i	base	2nd-m	$-\pi$	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	opération
	$-\pi$	0	1	30	24	60			L_0
$\frac{30}{5} = 6$	s_1	30		6	3	5	1	0	L_1
$\frac{50}{10} = 5$	s_2	50		2	2	$\boxed{10}$ → pivot		1	L_2
	$-\pi$	-300	1	18	12	0	0	-6	$L_0 - 6L_2$
$\frac{5}{5} = 1$	s_1	5		$\boxed{5}$	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	$L_1 - \frac{1}{2}L_2$
$5/\frac{1}{5} = 25$	x_3	5		$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	1	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}L_2$
	$-\pi$	-318	1	0	$\frac{24}{5}$	0	$-\frac{18}{5}$	$-\frac{21}{5}$	$L_0 - \frac{18}{5}L_1$
$\frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2}$	x_1	1		1	$\boxed{\frac{2}{5}}$	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}L_1$
$\frac{24}{5}/\frac{3}{25} = 8 \times 5 = 40$	x_3	$\frac{24}{5}$		0	$\frac{3}{25}$	1	$-\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$	$L_2 - \frac{1}{25}L_1$
	$-\pi$	-330	1	-12	0	0	-6	-3	$L_0 - 12L_1$
	x_2	$\frac{5}{2}$		$\frac{5}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}L_1$
	x_3	$\frac{9}{2}$		$-\frac{3}{10}$	0	1	$-\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$L_2 - \frac{3}{10}L_1$

Ex. 6.

$$\begin{cases} \max & -\Pi + 4x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 0 \\ & 2x_1 + 6x_3 + s_1 = 300\,000 \\ & 20x_1 + 25x_2 + 30x_3 + s_2 = 1\,050\,000 \\ & \vdots \\ & 30x_1 + 50x_2 + 30x_3 + s_5 = 1\,600\,000 \end{cases}$$

dual ?

Maths gestion, TD 02/12/2016

r_i (taux de déplacement)	base	2nd-m	$-\Pi$	x	y	s_1	s_2	s_3	opération
	$-\Pi$	0	1	60	120				L_0
$\frac{42}{6}=7$	s_1	42		4	6	1	0	0	L_1
$\frac{36}{6}=6$	s_2	36		2	$\boxed{6}$ pivot	0	1	0	L_2
$\frac{42}{3}=14$	s_3	42		6	3	0	0	1	L_3
	$-\Pi$	-720	1	20	0	0	-20	0	L_0-20L_2
$\frac{6}{2}=3$	s_1	6		$\boxed{2}$	0	1	-1	0	L_1-L_2
$6\times\frac{6}{2}=18$	y	6		$\frac{2}{6}$	1	0	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}L_2$
$\frac{24}{5}=4{,}8$	s_3	24		5	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	$L_3-\frac{1}{2}L_2$
	$-\Pi$	-780	1	0	0	-10	-10	0	L_0-10L_1
	x	3		1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}L_1$
	y	5		0	1	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	0	$L_2-\frac{1}{6}L_1$
	s_3	9		0	0	$-\frac{5}{2}$	2	1	$L_3-\frac{5}{2}L_1$

Val. optimale : $\tilde{\Pi} = 780$

Solution optimale : $\tilde{x} = 3$, $\tilde{y} = 5$, $\tilde{s}_1 = 0$, $\tilde{s}_2 = 0$, $\tilde{s}_3 = 9$.

Maths gestion, CM 07/12/2016

r_i	base	2nd-m	$-\Pi$	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	op
	$-\Pi$	0	1	15	20	24	0	0	L_0
$\frac{120}{3}=40$	s_1	120		3	1	3	1	0	L_1
$\frac{60}{2}=30$	s_2	60		1	5	$\boxed{2}$	0	1	L_2
	$-\Pi$	-720	1	3	-40	0	0	-12	L_0-12L_2
$30\times\frac{2}{3}=20$	s_1	30		$\boxed{\frac{3}{2}}$	$-\frac{13}{2}$	0	1	$-\frac{3}{2}$	$L_1-\frac{3}{2}L_2$
$30\times 2=60$	x_3	30		$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}L_2$
	$-\Pi$	-780	1	0	-27	0	-2	-9	L_0-2L_1
	x_1	20		1	$-\frac{13}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	-1	$\frac{2}{3}L_1$
	x_3	20		0	$\frac{14}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	1	$L_2-\frac{1}{3}L_1$

Val. optimale : $\tilde{\Pi} = 780$

var. de base : x_1, x_3

var. hors base : x_2, s_1, s_2

Sol. optimale : $\tilde{x}_1 = 20$, $\tilde{x}_3 = 20$, $\tilde{x}_2 = 0$

$\tilde{s}_1 = 0$, $\tilde{s}_2 = 0$.

Interprétation : produire 20 chaînes "Budget", 0 chaînes "Mid-range", 20 chaînes "Splurge".

val. marginale de s_1, s_2

Primal :

$$\max \begin{cases} \Pi = 15x_1 + 20x_2 + 24x_3 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 120 & \text{install} \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 60 & \text{enchân.} \end{cases}$$

dual ?

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 3 & 120 \\ 1 & 5 & 2 & 60 \\ \hline 15 & 20 & 24 & \Pi \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 3 & 1 & 15 \\ 1 & 5 & 20 \\ 3 & 2 & 24 \\ \hline 120 & 60 & c \end{array}\right)$$

dual en forme général :

$$\boxed{\begin{array}{l} \min \; 120y_1 + 60y_2 = c \\ \begin{cases} 3y_1 + y_2 \geq 15 \\ y_1 + 5y_2 \geq 20 \\ 3y_1 + 2y_2 \geq 24 \end{cases} \end{array}}$$

D en forme standard.

$$\min \; 120y_1 + 60y_2 = c$$

$$\begin{cases} 3y_1 + y_2 - \cancel{t_1} = 15 \\ y_1 + 5y_2 - t_2 = 20 \\ 3y_1 + 2y_2 - \cancel{t_3} = 24 \end{cases}$$

Th. fondamental de dualité : $\tilde{c} = 780 = \tilde{\Pi}$

$\tilde{x}_1 = 20 \neq 0$, $\tilde{x}_3 = 20 \neq 0$, $\tilde{x}_2 = 0$

$\tilde{s}_1 = 0$, $\tilde{s}_2 = 0$.

$\tilde{t}_1 = 0 \quad \tilde{t}_3 = 0$

$\tilde{t}_2 \neq 0 \quad y_1 \neq 0 \quad y_2 \neq 0$

Résultats fondamentaux

1) $\tilde{c} = \tilde{\pi}$ valeurs optimales sont égales.

2) symétrie entre variables qui s'annulent dans le primal et variables qui ne s'annulent pas dans le dual.

3) val. optimal var. de décision du dual

= val. marginal var. d'écart (des contraintes) du primal.

v_i	base	2nd-m	$-\Pi$	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	opération
	$-\Pi$	0	1	30	50	0	0	0	L_0
	s_1	1800		3	2	1			L_1
	s_2	400		1			1		L_2
	s_3	600			1			1	L_3