

Année 2014-2015

# UNIVERSITÉ DE CERGY

## LICENCE d'ÉCONOMIE et FINANCE LICENCE de GESTION

Seconde année - Semestre 3

## MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES

Cours de M. J. Stéphan

Travaux Dirigés de MM. M. Candoni, I. Soumaré & J. Stéphan

Livret d'exercices I - Chapitre 1 : Suites numériques

### Exercice I

Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites définies pour tout entier naturel  $n$  respectivement par  $u_n = 3^n$  et  $v_n = 5n + 3$

1. Calculer  $u_0, u_1, u_2$  et  $u_{10}$  (respectivement  $v_0, v_1, v_2$  et  $v_{10}$ ).
2. Exprimer  $u_{2n}$  et  $u_{n+1}$  (respectivement  $v_{2n}$  et  $v_{n+1}$ ) en fonction de  $n$ .

### Exercice II

1. Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 7$  et de raison  $r = 1\,000$  : exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  puis calculer  $u_{15}$ .
2. Soit  $(u_n)$  la suite géométrique de premier terme  $u_0 = 10\,000$  et de raison  $q = 1,03$  : exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  puis donner une valeur approchée (à  $10^{-2}$  près) de  $u_{15}$ .

### Exercice III

Préciser si les suites suivantes sont ou non arithmétiques ou géométriques :

1.  $(u_n)$  définie par  $u_n = 1 + 3n, n \in \mathbb{N}$
2.  $(v_n)$  définie par  $v_n = n^2 - 2n, n \in \mathbb{N}$
3.  $(w_n)$  définie par  $w_n = 1 + 3^n, n \in \mathbb{N}$
4.  $(x_n)$  définie par  $x_n = 5^{-n}, n \in \mathbb{N}$
5.  $(y_n)$  définie par  $y_n = 1,025^{n+3}, n \in \mathbb{N}$
6.  $(z_n)$  définie par  $z_n = \frac{2}{3^{n+1}}, n \in \mathbb{N}$

### Exercice IV

$(u_n)$  est une suite arithmétique telle que  $u_{10} = -12$  et  $u_{20} = -32$ . Déterminer  $u_0$  et la raison  $r$  de cette suite.

### Exercice V

Calculer en fonction de  $n$  la somme des  $n$  premiers entiers naturels impairs :

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$$

### Exercice VI

1. Soit  $(u_n)$  la suite géométrique de premier terme  $u_0 = 100$  et de raison  $q = \frac{4}{3}$ .  
Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  puis donner la valeur exacte de la somme  $S = \sum_{n=0}^{25} u_n$ .
2. Soit  $(u_n)$  la suite géométrique de premier terme  $u_1 = 150\,000$  et de raison  $q = 1,025$ .  
Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  puis donner une valeur approchée de la somme  $S = \sum_{n=1}^{15} u_n$ .

### Exercice VII

1.  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 3$  et telle que  $u_{11} = 295\,245$ . Déterminer  $u_0$ .
2.  $(u_n)$  est une suite géométrique telle que  $u_{10} = 320$  et  $u_{13} = 2560$ . Déterminer  $u_0$  et la raison  $q$  de cette suite.

### Exercice VIII

Donner le sens de variations, puis la limite éventuelle des suites géométriques suivantes :

1.  $u_n = 2^n, n \in \mathbb{N}$
2.  $u_n = (-1,07)^n, n \in \mathbb{N}$
3.  $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n, n \in \mathbb{N}$
4.  $u_n = 1,01^{-n}, n \in \mathbb{N}$
5.  $u_n = (-0,8)^n, n \in \mathbb{N}$

### Exercice IX

Un jeu propose les gains suivants : le premier jour le vainqueur gagne 1 000 €, et il revient le lendemain où s'il est de nouveau vainqueur, il gagne 20% de plus que la veille plus 100 €, et ainsi de suite : lorsqu'il est vainqueur, il revient le jour suivant où s'il est de nouveau vainqueur, il reçoit 20% de plus que le jour précédent plus 100 €.

1. Soit  $u_n, n \in \mathbb{N}^*$ , le gain du joueur le  $n^{\text{ième}}$  jour. Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$
2. Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_n = u_n + 500$ . Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique : préciser sa raison.
3. En déduire une expression de  $v_n$  puis de  $u_n$  en fonction de  $n, n \in \mathbb{N}^*$ .
4. Au bout de combien de jours, le joueur aura-t-il perçu des gains cumulés supérieurs à 20 000 €?

**FIN 201 - Mathématiques financières****Chapitre 2 - Intérêts simples et composés****Exercice I**

Dans tout cet exercice, les intérêts considérés sont des intérêts simples et commerciaux (année de 360 jours)

1. Calculer la valeur acquise au bout de 7 mois par un capital de 10 000 € sur un compte rémunéré au taux annuel de 3%.
2. Un capital de 7 000 € prêté le 12 mai 2014 à 7,2% a une valeur acquise à la fin du prêt de 7 056 €. A quelle date le prêt a-t-il été remboursé ?
3. Un capital placé pendant 136 jours à 6% a acquis une valeur de 25 157,60 €. Quel est le montant de ce capital ?
4. Une banque prête à intérêts précomptés au taux de 6% un capital de 40 000 € pendant 10 mois. Calculer le taux effectif de ce placement.

**Exercice II**

La différence entre l'intérêt commercial (où l'année est de 360 jours), et l'année civile (où l'année est de 365 jours) d'un capital placé à 8,2% pendant 67 jours est de 1 €. Quel est le montant de ce capital ?

**Exercice III**

Un premier capital de 9 000 € est placé à intérêts simples à 4%. Un second capital de 8 000 € est placé le même jour à intérêts simples à 6%. Au bout de combien de temps les deux capitaux auront acquis la même valeur ? (sous l'hypothèse d'intérêts commerciaux)

**Exercice IV**

Un capital de 20 000 € est placé à intérêts simples au taux  $r\%$  deux ans après le capital acquis est placé à intérêts simples au taux  $(r+2)\%$ . Deux ans après ce nouveau placement, le prêteur dispose d'un capital acquis de 25 984 €. Calculer le taux d'intérêt  $r$ .

**Exercice V**

Un organisme financier vous propose pour 6 mois les deux types de placement suivants :  
— Placement A : intérêts simples postcomptés, taux annuel de 5%  
— Placement B : intérêts simples précomptés, taux annuel 4,9%  
Quel placement choisissez-vous ?

### Exercice VI

1. Calculer la valeur acquise, à intérêts composés, par un capital de 10 000 €, au bout de 10 ans, au taux annuel  $r = 6\%$ , avec une capitalisation annuelle des intérêts.
2. Même calcul en intérêts simples.
3. Au bout de combien de temps la valeur acquise à intérêts simples serait-elle égale à la valeur acquise obtenue en 1., capital et taux demeurant inchangés ?
4. Au bout de combien de temps la valeur acquise à intérêts composés était-elle égale à la valeur obtenue en 2. (même capital, même taux) ?
5. A quel taux un capital de 10 000 €, placé à intérêts simples, atteindra-t-il en 10 ans la valeur acquise obtenue en 1. ?

### Exercice VII

Dans cet exercices, tous les taux d'intérêts sont des taux d'intérêts composés.

1. Quelle sera la valeur acquise au bout de 4 ans d'une somme de 100 k€ placée au taux de 5% (capitalisation annuelle) ?
2. Au bout de combien de temps l'investisseur aura-t-il doublé son montant initial ?
3. Quel devrait-être le taux d'intérêt pour que la valeur acquise ait doublé au bout de 10 ans ?
4. Un établissement financier vous propose de placer 200 k€ au taux de 5% pendant 2 ans, puis 7% pendant 3 ans.
  - (a) Quelle est la somme acquise à la fin des deux premières années, puis au bout de 5 ans ?
  - (b) Quel est, sur la période, le taux moyen annuel du placement ?

### Exercice VIII

On considère 2 placements à intérêts composés annuellement, l'un de 10 k€ à 6%, l'autre de 9 k€ à 7%.

Au bout de combien de temps auront-ils la même valeur acquise ? Quelle sera cette valeur ?

### Exercice IX

1. Quelle est la valeur actuelle d'un capital de 400 000 € dans 3 ans ; le taux d'intérêt étant de 8% et la capitalisation annuelle ?
2. Un investisseur doit choisir entre deux types de contrats pour un versement initial de 100 000 € : soit percevoir 130 000 € dans 4 ans, soit percevoir 140 000 € dans 5 ans. Quelle contrat doit-il retenir ?

### Exercice X

Une personne dispose de 50 000 € qu'elle désire partager entre ses 4 enfants âgés respectivement de 10, 12, 14 et 16 ans. La part attribuée à chaque enfant sera placée sur un compte en banque au taux annuel de 3,75% (capitalisation annuelle). Calculer les quatre parts de telle manière que les quatre enfants disposent du même capital à leur majorité.

### Exercice XI

Un capital  $K$  est placé sur  $n$  années au taux  $r$ , en capitalisation annuelle. Le capital acquis à la fin de la  $n$ ème période est de 658 462 €; les intérêts acquis à la fin de la 3ème année sont de 70 249,21 €; les intérêts acquis à la fin de la 6ème année sont de 151 571,44 €. Calculer  $K$ ,  $r$  et  $n$

### Exercice XII

1. Quels sont les taux mensuels proportionnel et équivalent au taux annuel de 8,25% ?
2. Un capital de 300 000 € rapporte des intérêts semestriels de 12 000 €. Quel est le taux annuel équivalent de ce placement ?
3. Un capital de 200 000 € est placé au taux annuel de 7%. Quel est le montant des intérêts trimestriels versés (taux équivalent) ?
4. Une banque annonce qu'elle pratique un taux annuel de 4,2% pour ses prêts immobiliers. En réalité, les intérêts sont versés mensuellement au taux proportionnel. Quel est le taux annuel équivalent ?

### Exercice XIII

1. Une banque annonce un taux annuel de 7,2%, les intérêts sont versés tous les deux mois en retenant le taux proportionnel. Quel est le taux annuel équivalent ?
2. Quel est le taux annuel  $r$  annoncé par un établissement financier qui, réglant les intérêts tous les semestres à taux proportionnel, assure un taux annuel effectif de 6% ?

### Exercice XIV

On vous propose le contrat de placement suivant : placer aujourd'hui en une seule fois un capital  $C$  au taux de 2,5% ; cette somme doit rester bloquée pendant cinq ans. A l'issue de ce placement, une prime égale au montant des intérêts acquis vous sera octroyée. Quel est le taux effectif  $r$  de placement de ce contrat ?

### Exercice XV

1. Calculer le taux de capitalisation instantané  $j$  correspondant au taux d'intérêt annuel de 6%
2. Quel taux d'intérêt annuel  $r$  correspond à une capitalisation continue du capital qui permet à celui-ci d'être multiplié au bout d'un an par 1,06

### Exercice XVI

1. Une créance de nominal 12 000 € à échéance de 5 ans est remise à l'escompte . Le taux d'escompte annuel est de 7%. Calculer sa valeur actuelle puis l'escompte supporté.
2. Une créance de 250 000 € à échéance de 4 ans est remise à l'escompte : l'escompte supporté est égal à 48 195,41 €. Calculer le taux d'escompte annuel.

**FIN 201 - Mathématiques financières****Livret d'exercices II****Chapitre 3 - Séquences de flux - Annuités****Exercice I**

1. Résoudre l'équation  $(E)$  :  $(1 + i)^5 = 1,12$
2. Donner une valeur approchée de la solution de  $(E')$  :  $\frac{(1 + i)^{10} - 1}{i} = 12,9$  (Table & interpolation linéaire)

**Exercice II**

Une personne verse tous les 1er janvier, du 01/01/2014 au 01/01/2029, la somme de 5 000 € à un organisme de capitalisation qui lui propose un rendement annuel de 6%.

1. Déterminer le montant du capital au 01/01/2029, juste après le dernier versement.
2. Déterminer le montant du capital au 01/01/2030 : on suppose que le client n'a pas retiré de fonds.
3. Déterminer le montant du capital au 01/01/2035 : on suppose que le client n'a toujours pas retiré de fonds.

**Exercice III**

Monsieur Didier souhaite se constituer un capital de 40 000 € dans 4 ans.

1. Combien doit-il placer chaque année pour y parvenir, le taux d'intérêt étant de 5,8% ?
2. Il s'aperçoit que ce montant dépasse ses possibilités et qu'il ne peut économiser que 6000 € par an. Au bout de combien d'années aura-t-il constitué son capital ?
3. Quel devrait-être le taux d'intérêt pour que Monsieur Didier ait un capital de 40 000 € au bout de 5 ans en plaçant 6000 euros par an ?

**Exercice IV**

Monsieur X. décide de préparer sa retraite. Agé aujourd'hui de 35 ans, il souhaite disposer à partir de 65 ans d'une rente mensuelle de 2500 €, ceci pendant une période de 18 ans débutant un mois après le dernier versement effectué. Une compagnie d'assurance lui assure un taux d'intérêt annuel de 5%.

1. Quel est le montant des versements mensuels constants que doit effectuer Monsieur X. ? (Le taux mensuel sera calculé avec la méthode du taux équivalent.)
2. Une compagnie d'assurance concurrente propose de verser 400 € par mois pour toucher ensuite 2500 € par mois pendant 18 ans. Quel est le taux actuariel offert ?

### Exercice V

Un épargnant a versé régulièrement sur un compte rémunéré des mensualités de 1 000 €. La première mensualité a été versée le 05/03/N et la dernière le 05/02/N+4.

1. Quel a été le nombre total de versements ?
2. Quelle était, au 05/02/N+4 et après le dernier versement, la valeur acquise de cette suite de mensualités, le taux mensuel de capitalisation étant de 0,5% ?
3. Quel est le taux annuel équivalent au taux mensuel précédent ?
4. A compter du 05/02/N+4, le compte est rémunéré au taux annuel de 4,90%. L'épargnant décide d'effectuer à cette date un retrait qui porte le solde du compte à 4 097,83 €. Quelle somme constante maximale pourra-t-il ensuite retirer chaque année (du 05/02/N+5 au 05/02/N+8) s'il souhaite que le solde de son compte soit encore positif (de très peu) immédiatement après le dernier retrait ?

### Exercice VI

En vue de régler une acquisition, M. X doit effectuer neuf versements mensuels à la fin de chaque mois.

1. Ces neuf mensualités ont les caractéristiques suivantes :
  - Trois mensualités de 400 € chacune
  - Puis trois mensualités de 300 € chacune
  - Puis trois mensualités de 150 € chacuneAu taux de 8%, quelle est la valeur actuelle de cette suite de mensualités ?
2. Sachant que la valeur acquise des règlements est de 3000 € et que les 9 mensualités ont les caractéristiques suivantes :
  - Trois mensualités de  $y$  € chacune
  - Trois mensualités de  $(y/2)$  € chacune
  - Trois mensualité de  $(y/3)$  € chacuneDéterminer, au taux de 8%, le montant  $y$ .

### Exercice VII

M. X. désire emprunter 20 000 € auprès de sa banque pour acquérir un véhicule. Son banquier lui propose de verser 4 800 € à la date anniversaire du prêt et ceci pendant 5 ans. Quel est le coût actuariel de cette offre pour l'emprunteur ?

### Exercice VIII

1. Calculer la valeur acquise et la valeur actuelle d'une suite de 15 annuités en progression géométrique, les annuités progressant de 10% par an. Le taux de capitalisation est de 8%, la première annuité s'élève à 1 000 €.
2. Même question en retenant un taux de capitalisation de 10%.



### Exercice IX

Monsieur X. a entrepris d'effectuer des placements annuels de 20 000 € chacun, les 1er juillet de chacune des années N à N+9 (inclusivement). Le taux d'intérêt prévu est de 4% l'an.

1. De quelle somme peut-espérer disposer M. X le 1er juillet N+14, le capital constitué au 01/07/N+9 ayant continué à porter intérêt ?
2. Immédiatement après avoir effectué le placement du 01/07/N+5, M. X constate que le capital déjà constitué ainsi que les placements à venir ne pourront plus désormais produire des intérêts qu'à un taux de 3,5%.  
Dans ces conditions, de quelle somme disposera M. X le 1er juillet N+14 ?
3. Dans les conditions précédentes (i.e. nouveau taux de 3,5% après avoir effectué le placement du 01/07/N+5), Mr X envisage d'effectuer des versements supplémentaires constants les 1er juillet de chaque année entre N+10 et N+13 (inclusivement) de façon à obtenir le 1er juillet N+14 la somme calculée en 1.. Déterminer le montant unitaire de ces versements supplémentaires constants.

### Exercice X

Une société envisage de se développer à l'international et souhaite ouvrir des filiales en Allemagne et en Italie. Le coût d'ouverture de ces filiales (embauche du personnel, achat de locaux, publicité, etc.) est évaluée à 4 M€. Le directeur financier de la société, considère que les flux nets de trésorerie générés par cet investissement seront les suivants :

Année	1	2	3	4
Flux (en M€)	1,7	1,4	1,3	1,2

Les apporteurs de capitaux de cette société ont une exigence de rentabilité de 10% (taux d'actualisation).

1. Calculer la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs.
2. Calculer la valeur actuelle nette. Faut-il entreprendre ce projet ?
3. Représenter graphiquement la valeur actuelle nette en fonction du taux d'actualisation.
4. Calculer le taux de rentabilité interne. Le situer sur le graphique précédent.
5. Le directeur financier a peut-être été un peu optimiste pour le flux d'année 4 qui pourrait s'avérer bien inférieur à 1,2 M€. En dessous de quel flux d'année 4 le projet ne doit-il plus être entrepris ?

**FIN 201 - Mathématiques financières**

**Livret d'exercices III**

**Chapitre 4 - Emprunts Indivis**

**Exercice I**

Une entreprise emprunte 400 000 € à sa banque, remboursable en deux versements : le premier d'un montant de 250 000 € au bout d'un an et le second d'un montant 198 097, 50 € au bout de 2 ans.

Déterminer le taux d'intérêt annuel. Donner le tableau d'amortissement de cet emprunt.

**Exercice II**

M. X. contracte un emprunt de 200 000 € d'une durée de 15 ans. Le taux d'intérêt est  $r = 6,3\%$ . On suppose que les annuités sont constantes.

1. Calculer le montant de l'annuité.
2. L'emprunteur souhaite rembourser son prêt mensuellement : calculer la mensualité (constante) dans le cas d'un taux d'intérêt mensuel proportionnel, puis d'un taux d'intérêt équivalent.
3. Donner les trois premières lignes d'un tableur qui permette d'éditer le tableau d'amortissement (pour des mensualités au taux proportionnel)

**Exercice III**

Un emprunt de 100 000 € a été contracté sur une durée de 15 ans, au taux annuel de 8%. Les 14 première annuités sont toutes égales à 12 000 €.

1. Calculer le montant de la 15<sup>ième</sup> annuité .
2. Présenter les deux premières lignes d'un tableur permettant de calculer le tableau d'amortissement
3. Calculer par deux procédés différents le montant du capital restant dû après le versement de la 10<sup>ième</sup> annuité.

**Exercice IV**

Un emprunt de 1 000 000 € est remboursable en 20 annuités constantes au taux d'intérêt annuel de 7%. Calculer par différents procédés le capital restant dû après paiement de la 12<sup>ième</sup> annuité.

### Exercice V

Un particulier a emprunté en 2010 une somme de 180 000 € qu'il rembourse par mensualités constantes sur 15 ans au taux annuel de 5,7% (le taux mensuel est alors proportionnel). En 2014, immédiatement après la 48<sup>ième</sup> mensualité, il renégocie sa dette et compare deux propositions :

- Sa banque lui propose un nouveau taux de 4,5% sans pénalités de remboursement anticipé. La durée est réduite à 10 ans.
- Une banque concurrente lui propose un taux de 3,6% , mais dans ce cas il devra payer des pénalités de remboursement à sa banque : ces pénalités, de 3% du capital restant dû, sont incluses dans le prêt accordé par cette seconde banque. La durée est également de 10 ans.

Quelle proposition devra retenir ce client ?

### Exercice VI

Un emprunt de nominal  $C_0$  est amortissable en 10 échéances annuelles constantes. On connaît le montant du 3<sup>ième</sup> amortissement (8 765,38 €) et du 7<sup>ième</sup> amortissement (10 654,37 €). Déterminer le taux d'intérêt de cette emprunt, le capital emprunté, l'annuité.

### Exercice VII

Un prêt de 500 000 € est accordé à une entreprise au taux annuel de 8%. Il est amortissable en 12 ans par annuités non constantes : chaque annuité est majorée de 8% par rapport à la précédente

Construire le tableau d'amortissement de cet emprunt.

### Exercice VIII

Une entreprise réalise un emprunt de 150 000 € au taux de 4% remboursé en 5 par amortissements constants. Calculer les annuités puis construire le tableau d'amortissement à l'aide d'un tableur.

### Exercice IX

Une entreprise réalise un emprunt de 150 000 € au taux de 8% remboursé *in fine* au bout de 5 ans. Construire le tableau d'amortissement.

### Exercice X

Une entreprise réalise un emprunt de 150 000 € au taux de 8% remboursé *in fine* au bout de 5 ans. Pendant ces 5 années, elle décide de se constituer un capital lui permettant de rembourser le capital dû à la fin de la 5<sup>ième</sup> année : pour cela une autre banque lui propose un produit d'épargne  $P$  à intérêt composé au taux de 5% où elle versera des annuités constantes (on parle d'emprunt par reconstitution à deux taux). Déterminer les annuités (de reconstitution) que l'entreprise devra verser sur le compte  $P$ , puis les annuités totales que l'entreprise devra verser chaque année. Construire le tableau d'amortissement.

### Exercice XI

Un emprunt de 40 000 € contracté au taux de 6% est remboursable par deux versements égaux échéants respectivement dans un an et dans trois ans.

1. Déterminer le montant de ces 2 versements
2. L'emprunteur supporte des frais de dossier pour un montant de 500 €, payés au moment de l'emprunt. Calculer le taux effectif de l'emprunt.

### Exercice XII

Une société envisage d'emprunter 1 000 000 € étudie plusieurs modalités de remboursements :

1. Remboursement par annuités constantes (taux 8%). Dans ces conditions, le capital restant dû après le versement de la 3<sup>ième</sup> annuité est de 880 436,57 €. Quelle est la durée du prêt ?
2. Remboursement par semestrialités constantes (taux semestriel : 4%). Dans ces conditions il y a une différence de 37 775,77 € entre le dernier et le premier amortissement semestriel. Quelle est la durée du prêt ?
3. Remboursements par 15 annuités dont les montants sont en progression géométrique (taux annuel du prêt : 8%). Dans ces conditions, la première annuité est égale à 63 122,78 €. Calculer la raison de la progression géométrique  $q$  des annuités

## FIN 201 - Mathématiques financières

## Livret d'exercices IV

## Chapitre 5 - Emprunts Obligataires

## Exercice I

Un emprunt obligataire d'une durée de 10 ans et d'un montant de 500 000 € est remboursé *in fine* au pair. Le taux d'intérêt est de 8%. Calculer les annuités de cet emprunt.

## Exercice II

Un emprunt obligataire d'une durée de 5 ans et d'un montant de 100 000 € réparti en 20 000 obligations émises au pair est remboursable par amortissements constants. On suppose que le taux d'intérêt nominal  $r$  est égal à 9%. Donner le tableau d'amortissement.

## Exercice III

Un emprunt obligataire d'une durée de 6 ans est émis par une entreprise. On dispose des informations suivantes :

- Le montant total de 6 000 000 € est divisé en 1 000 000 obligations de  $V_N = 6$  € chacune.
- La valeur d'émission ainsi que la valeur de remboursement sont toutes les deux égales à la valeur nominale.
- Le taux d'intérêt est  $r = 8\%$

Présenter le tableau d'amortissement

1. Lorsque l'amortissement se fait en 6 annuités (quasiment) constantes.
2. Lorsque l'amortissement se fait *in fine* .

## Exercice IV

Un emprunt obligataire est émis le 1<sup>er</sup> janvier 2010 aux conditions suivantes :

- Nombre d'obligations  $N = 100\,000$
- Valeur nominale :  $V_N = 1\,000$  €
- Valeur d'émission :  $V_E = 995$  €
- Valeur de remboursement :  $V_R = V_N$
- Taux d'intérêt nominal :  $r = 7\%$
- Durée totale : 8 ans
- Remboursement *in fine*

1. Calculer le taux actuariel à l'émission pour l'obligataire.
2. Le 1<sup>er</sup> janvier 2012, immédiatement après le détachement du coupon, le taux du marché passe à 10%. Quelle est à cette date la valeur de l'obligation ? Même question si le taux du marché passe à 5%

### Exercice V

Un emprunt obligataire possède les caractéristiques suivantes :

- Nombre d'obligations émises :  $N = 80\,000$
- Valeur nominale d'une obligation :  $V_N = 10 \text{ €}$
- Valeur d'émission d'une obligation :  $V_E = 9,95 \text{ €}$
- Taux d'intérêt nominal :  $r = 7\%$
- Valeur de remboursement :  $V_R = V_N$  (remboursement au pair)
- Amortissement sur  $n = 15$  ans par annuités (quasiment) constantes.

1. Présenter les 3 premières lignes du tableau d'amortissement
2. Présenter la dernière ligne de ce tableau
3. Au bout de combien d'échéances l'emprunteur aura amorti la moitié du capital?
4. Calculer le taux de rendement (ou taux actuariel) à l'émission pour l'obligataire.
5. On suppose que l'emprunteur supporte à l'émission des frais bancaires égaux à 2,4% du nominal de l'emprunt. Calculer le taux de revient à l'émission pour l'emprunteur.

### Exercice VI

Une société a émis un emprunt obligataire remboursable par 10 annuités aussi constantes que possible.

On dispose des informations suivantes :

- Nombre d'obligations émises : 40 000
- Valeur nominale :  $V_N = 1 \text{ €}$
- Valeur d'émission :  $V_E = 0,995 \text{ €}$
- Valeur de remboursement :  $V_R = 1 \text{ €}$
- Taux d'intérêt : 9%

1. Présenter les trois première lignes du tableau d'amortissement
2. Présenter la dernière ligne de ce tableau d'amortissement
3. Calculer, à l'émission le taux **moyen** de rendement de cet emprunt.
4. Compte tenu de frais d'émission égaux à 2%, calculer le taux de revient de cet emprunt.
5. A l'émission de l'emprunt quelle est la probabilité pour le porteur d'une obligation de voir son titre remboursé à l'occasion du 3<sup>ième</sup> tirage? du 6<sup>ième</sup> tirage?
6. A l'émission de l'emprunt quelle est la probabilité pour le porteur d'une obligation de voir son titre remboursé à l'occasion du dernier tirage, sachant qu'il n'a pas été tiré lors des 6 premiers tirages?
7. Un opérateur achète en bourse, immédiatement après la 6<sup>ième</sup> échéance, des obligations de cet emprunt. A quel cours doit-il les acheter s'il souhaite réaliser un taux de placement de 9,75%?
8. Calculer, à l'émission, le taux de rendement attaché aux obligations qui seront amorties lors de la 3<sup>ième</sup> échéance, de la 6<sup>ième</sup> échéance.