

FIN 201 - Mathématiques financières

Livret d'exercices II

Chapitre 4 - Emprunts Indivis

Exercice I

Une entreprise emprunte 400 000 € à sa banque, remboursable en deux versements : le premier d'un montant de 250 000 € au bout d'un an et le second d'un montant 198 097,50 € au bout de 2 ans.

Déterminer le taux d'intérêt annuel. Donner le tableau d'amortissement de cet emprunt.

Exercice II

M. X. contracte un emprunt de 200 000 € d'une durée de 15 ans. Le taux d'intérêt est $r = 6,3\%$. On suppose que les annuités sont constantes.

1. Calculer le montant de l'annuité.
2. L'emprunteur souhaite rembourser son prêt mensuellement : calculer la mensualité (constante) dans le cas d'un taux d'intérêt mensuel proportionnel, puis d'un taux d'intérêt équivalent.
3. Donner les trois premières lignes d'un tableur qui permette d'éditer le tableau d'amortissement (pour des mensualités au taux proportionnel)

Exercice III

Un emprunt de 100 000 € a été contracté sur une durée de 15 ans, au taux annuel de 8%. Les 14 premières annuités sont toutes égales à 12 000 €.

1. Calculer le montant de la 15^{ième} annuité .
2. Présenter les deux premières lignes d'un tableur permettant de compléter le tableau d'amortissement.
3. Calculer par deux procédés différents le montant du capital restant dû après le versement de la 10^{ième} annuité.

Exercice IV

D'après le partiel - Juin 2015

Un emprunt de 100 000 € a été contracté sur une durée de 10 ans, au taux annuel de 5%. La première annuité est égale à $A_1 = 33\,921,78$ €, et les 9 annuités suivantes sont toutes égales à A €.

1. Calculer le montant de A .
2. Calculer le montant du capital restant dû après le versement de la 5^{ème} annuité.
3. Compléter les trois premières lignes d'un tableur Excel donnant le tableau d'amortissement.

	A	B	C	D	E	F
1	Période (p)	Capital restant dû (CRD) en début de période (C_{p-1})	Intérêt de la période (I_p)	Amortissement de la période (M_p)	Annuité de la période (A_p)	Capital restant dû en fin de période (C_p)
2	<i>Année 1</i>					
3	<i>Année 2</i>					
4	<i>Année 3</i>					
5	⋮					

Exercice V

D'après le partiel - Janvier 2016

En 2010, un particulier a contracté un emprunt immobilier auprès de sa banque une somme de 200 000 € qu'il rembourse par mensualités constantes sur 15 ans au taux annuel de 4,2% (le taux mensuel est alors proportionnel). En 2016, immédiatement après la 72^{ème} mensualité, il renégocie sa dette et compare deux propositions :

- Sa banque lui propose un nouveau taux de 2,7% sans pénalités de remboursement anticipé. La durée de ce nouveau contrat est ramenée à 8 ans.
- Une banque concurrente lui propose un taux de 2,1%, mais dans ce cas il devra payer des pénalités de remboursement à sa banque : ces pénalités, de 3% du capital restant dû, sont incluses dans le prêt accordé par cette seconde banque. La durée est également de 8 ans.

1. Calculer le montant de la mensualité du prêt initial contracté par M. X.
2. Déterminer le capital restant dû par M. X. après le versement de la 72^{ème} mensualité.
3. Calculer le montant de la nouvelle mensualité avec la proposition de la banque de M. X.
4. Calculer le montant du capital emprunté, puis le montant de la nouvelle mensualité avec la proposition de la banque concurrente. Que conseillez-vous à M. X ?

Exercice VI

Un emprunt de nominal C_0 est amortissable en 10 échéances annuelles constantes. On connaît le montant du 3^{ième} amortissement (8 765,38 €) et du 7^{ième} amortissement (10 654,37 €). Déterminer le taux d'intérêt de cette emprunt, le capital emprunté, l'annuité.

Exercice VII

Un prêt de 500 000 € est accordé à une entreprise au taux annuel de 8%. Il est amortissable en 12 ans par annuités non constantes : chaque annuité est majorée de 8% par rapport à la précédente. Construire le tableau d'amortissement de cet emprunt.

Exercice VIII

Une entreprise réalise un emprunt de 150 000 € au taux de 4% remboursé en 5 par amortissements constants. Calculer les annuités puis construire le tableau d'amortissement à l'aide d'un tableur.

Exercice IX

Une entreprise réalise un emprunt de 150 000 € au taux de 8% remboursé *in fine* au bout de 5 ans. Construire le tableau d'amortissement.

Exercice X

Une entreprise réalise un emprunt de 150 000 € au taux de 8% remboursé *in fine* au bout de 5 ans. Pendant ces 5 années, elle décide de se constituer un capital lui permettant de rembourser le capital dû à la fin de la 5^{ième} année : pour cela une autre banque lui propose un produit d'épargne P à intérêt composé au taux de 5% où elle versera des annuités constantes (on parle d'emprunt par reconstitution à deux taux). Déterminer les annuités (de reconstitution) que l'entreprise devra verser sur le compte P , puis les annuités totales que l'entreprise devra verser chaque année. Construire le tableau d'amortissement.

Exercice XI

D'après le Partiel - Juin 2016

Une entreprise fait un emprunt d'un montant de 1 000 000 € remboursable en 4 annuités constantes, au taux nominal de 7%. La banque prélève à chaque versement une commission de 2,1% du montant du versement.

On rappelle que l'entreprise peut déduire de son résultat, lors du calcul de ses impôts (dont le taux est $T = 33,33\%$), les frais suivants : commission bancaire et intérêts.

Le but des questions suivantes est de vous aider à compléter le tableau en annexe au fur et à mesure des questions.

Dans cet exercice, les valeurs numériques seront arrondies à l'euro près

1. Déterminer l'annuité A versée par l'entreprise à sa banque. Quel montant va-t-elle donc déduire de ses impôts ?
2. Calculer le montant I_1 des intérêts versés par l'entreprise à la fin de l'année 1, puis l'amortissement M_1 .
3. En déduire les valeurs des amortissements M_p , $p \in \llbracket 1, 4 \rrbracket$

4. Calculer le montant réel du décaissement D_p fait par l'entreprise chaque année $p \in \llbracket 1, 4 \rrbracket$.
5. Compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs numériques.
6. Déterminer le taux d'intérêt effectif pour l'entreprise.

Période (p)	Capital restant dû en début de période (C_{p-1})	Intérêt de la période (I_p)	Amortissement de la période (M_p)	Annuité de la période (A_p)	Décaissement de la période (D_p)	Capital restant dû en fin de période (C_p)
Année 1	1 000 000					
Année 2						
Année 3						
Année 4						

FIN 201 - Mathématiques financières**Chapitre 5 - Emprunts Obligataires****Exercice I**

Un emprunt obligataire d'une durée de 10 ans et d'un montant de 500 000 € est remboursé *in fine* au pair. Le taux d'intérêt est de 8%. Calculer les annuités de cet emprunt.

Exercice II

Un emprunt obligataire d'une durée de 5 ans et d'un montant de 100 000 € réparti en 20 000 obligations émises au pair est remboursable par amortissements constants. On suppose que le taux d'intérêt nominal r est égal à 9%. Donner le tableau d'amortissement.

Exercice III

Un emprunt obligataire d'une durée de 6 ans est émis par une entreprise. On dispose des informations suivantes :

- Le montant total de 6 000 000 € est divisé en 1 000 000 obligations de $V_N = 6$ € chacune.
- La valeur d'émission ainsi que la valeur de remboursement sont toutes les deux égales à la valeur nominale.
- Le taux d'intérêt est $r = 8\%$

Présenter le tableau d'amortissement

1. Lorsque l'amortissement se fait en 6 annuités (quasiment) constantes.
2. Lorsque l'amortissement se fait *in fine* .

Exercice IV

Un emprunt obligataire est émis le 1^{er} janvier 2010 aux conditions suivantes :

- Nombre d'obligations $N = 100\,000$
- Valeur nominale : $V_N = 1\,000$ €
- Valeur d'émission : $V_E = 995$ €
- Valeur de remboursement : $V_R = V_N$
- Taux d'intérêt nominal : $r = 7\%$
- Durée totale : 8 ans • Remboursement *in fine*

1. Calculer le taux actuariel à l'émission pour l'obligataire.
2. Le 1^{er} janvier 2012, immédiatement après le détachement du coupon, le taux du marché passe à 10%. Quelle est à cette date la valeur de l'obligation ? Même question si le taux du marché passe à 5%

Exercice V
D'après le partiel - Janvier 2015

Un emprunt obligataire possède les caractéristiques suivantes :

- Nombre d'obligations émises : $N = 100\,000$
- Valeur nominale d'une obligation : $V_N = 100 \text{ €}$
- Valeur d'émission d'une obligation : $V_E = 99,5 \text{ €}$
- Valeur de remboursement d'une obligation : $V_R = V_N$
- Taux d'intérêt nominal : $r = 5\%$
- Amortissement sur $n = 20$ ans par annuités presque constantes.

1. Calculer le montant théorique de l'annuité.
2. Déterminer le nombre μ_1 d'obligations amorties la première année, puis μ_2 et μ_3
3. Présenter les trois premières lignes, puis la dernière ligne du tableau d'amortissement.
4. Au bout de combien d'échéances l'émetteur aura-t-il amorti la moitié du capital?
5. Calculer le taux de rendement actuariel t à l'émission pour l'obligataire.
6. Calculer le taux de rendement actuariel x pour un obligataire qui verrait son obligation remboursée la 8^{ième} année.
7. On suppose que l'émetteur supporte à l'émission des frais bancaires égaux à 2% du nominal de l'emprunt. Calculer le taux de revient t' à l'émission pour l'émetteur.

Exercice VI
D'après le Partiel - Janvier 2016

La société *Brittany* émet un emprunt obligataire répondant aux caractéristiques suivantes :

- Nombre d'obligations émises : 100 000 obligations
- Nominal du titre : 56 €
- Valeur d'émission : 55 €
- Remboursement au pair
- Taux d'intérêt annuel : 7,7%
- Le remboursement se fera par n annuités quasi-constantes.

1. La société remboursera 6 880 obligations de plus la dernière année que la première : en déduire le nombre d'annuités n (on donnera la valeur trouvée à 10^{-5} près puis on arrondira à l'unité)
2. On admet que $n = 15$. Déterminer le montant de l'annuité théorique.
3. Déterminer le nombre effectif d'obligations remboursées et les annuités effectives des deux premières années.
4. Calculer, à l'émission, le taux de rendement de cet emprunt pour l'obligataire.
5. Déterminer à l'émission, le taux de rendement attaché aux obligations remboursées lors de la 5^{ième} échéance.