

FINANCE DE MARCHÉ

2nd semestre 2015-2016

Isabelle Jouffroy

Les options



Livres

Pierre Vernimmen, Finance d'entreprise, Pascal Quiry et Yann Le Fur, Editions Dalloz

Finance de marché, concepts et pratiques, Claude Dufloux et Laurent Margulici, Ellipses

Marchés et instruments financiers, Jérémy Morvan, Dunod

Pratique des marchés financiers, Dov Ogien, Dunod

L'essentiel des marchés financiers, Eric Chardoillet, Marc Salvat, Henri Tournyol du Clos, Eyrolles

Sites Internet

www.agefi.fr

www.lepoint.fr

www.vernimmen.net

<http://www.strategies-options.com>

1. DEFINITIONS

- 1.A. un produit ancien, qui a révolutionné la finance de marché
- 1.B. définitions et terminologie des options vanille
- 1.C. caractéristiques d'une option vanille
- 1.D. différentes utilisations

2. LES STRATEGIES SIMPLES SUR LES OPTIONS ET P&L A L'ECHEANCE

- 2.A. schéma récapitulatif
- 2.B. achat d'un put
- 2.C. vente d'un call
- 2.D. vente d'un put
- 2.E. récapitulatif

3. PARITE CALL / PUT

- 3.A. relation fondamentale call européen / put européen

4. VALEUR DES OPTIONS

- 4.A. valeur à l'échéance et valeur avant l'échéance
- 4.B. le cours spot du sous-jacent
- 4.C. le prix d'exercice (strike)
- 4.D. le temps
- 4.E. le taux d'intérêt sans risque
- 4.F. la volatilité
- 4.G. sixième paramètre et le cours forward

5. MODELES DE VALORISATION DES OPTIONS

- 5.A. les différents modèles de valorisation des options
- 5.B. la notion de risque de modèle

6. GESTION D'UN PORTEFEUILLE D' ACTIONS : LES GRECQUES

6.A. sensibilité d'un portefeuille d'options

6.B. le delta : la sensibilité au sous-jacent

6.C. le gamma : la sensibilité du delta aux variations du cours du sous-jacent

6.D. le thêta : la sensibilité au passage du temps

6.E. le vega : la sensibilité à la volatilité

6.F. le rhô : la sensibilité au taux sans risque

6.G. Récapitulatif des grecques

7. LES OPTIONS EXOTIQUES

7.A. principes de base

7.B. les options binaires

7.C. les options à barrière

7.D. les options look-back

7.E. les options asiatiques

7.F. les options sur plusieurs actifs

1. DEFINITIONS

1.A. un produit ancien, qui a révolutionné la finance de marché

Introduction

- ✓ Existence des options depuis plusieurs siècles ;
- ✓ Utilisation importante sur les marchés financiers depuis le milieu des années 1970 ;
- ✓ Grand bouleversement dans la gestion des risques financiers et dans la spéculation ;

- ✓ Double innovation :
 - ✓ flexibilité de gestion de la couverture ;
 - ✓ nouvelles méthodes de gestion des positions via le temps et la volatilité.

- ✓ On distingue :
 - ✓ les options vanilles ou de première génération (options simples) ;
 - ✓ les options exotiques ou de génération ultérieure (options plus complexes).

1. DEFINITIONS

1.A. un produit ancien, qui a révolutionné la finance de marché

Les tulipes aux Pays-Bas

- ✓ Première fonction historique : gestion des fluctuations de prix sur les marchés agricoles ;
- ✓ Premier usage réellement connu des options en 1634 aux Pays-Bas, sur le marché de la tulipe ;
- ✓ Contexte : tulipes symbole de richesse de l'aristocratie aux Pays-Bas, souvent vendues à terme ;
- ✓ Négociants soumis au risque de fluctuation des prix d'approvisionnement ;
- ✓ Acheteurs d'options aux producteurs, fixant un prix maximum d'achat afin de s'assurer une marge de bénéfice.

- ✓ Si prix de marché $>$ prix d'exercice de l'option : exercice de l'option par les négociants, qui achetaient donc leurs tulipes aux producteurs au prix maximum fixé à l'avance ;
- ✓ Si prix de marché $<$ prix d'exercice de l'option : abandon de l'option et achat des tulipes au prix de marché.

- ✓ Avantage pour le négociant : certitude de réaliser une marge de bénéfice minimale.

1. DEFINITIONS

1.B. définitions et terminologie des options vanille

Une option est un produit qui donne à son acheteur LE DROIT, mais PAS L'OBLIGATION :

- ✓ soit d'acquérir pour une option d'achat (call),
- ✓ soit de vendre pour une option de vente (put) ;
- ✓ un certain montant de notionnel d'un actif financier, appelé le « sous-jacent » (« underlying asset ») ;
- ✓ à un prix déterminé à l'avance, appelé le « prix d'exercice » (« strike ») ;
- ✓ pendant une période donnée jusqu'à l'expiration de l'option pour une option américaine, ou à une date fixée pour une option européenne (« maturity ») ;
- ✓ contre le paiement d'une prime (« premium »), le prix de l'option.

Symétriquement, le vendeur de l'option aura l'OBLIGATION

de réaliser l'opération si le propriétaire de l'option décide de l'exercer. Il perçoit lors de la vente de l'option la prime (« premium »), le prix de l'option.

1. DEFINITIONS

1.B. définitions et terminologie des options vanille

NB 1 :

- ✓ appellations « américaine » et « européenne » pas révélatrices du lieu de cotation : les deux sont cotées dans toutes les parties du monde ;
- ✓ on trouve également des options « bermudéennes » qui offrent plusieurs fenêtres de dates d'exercices jusqu'à leur maturité (dates d'exercice chaque année par exemple).

NB 2 :

- ✓ On peut vendre une option sans l'avoir achetée ;

3 possibilité pour dénouer une position « ouverte » (option préalablement achetée/vendue) :

- ✓ option exercée à l'échéance ;
- ✓ option abandonnée à l'échéance ;
- ✓ option rachetée ou revendue sur le marché pendant sa durée de vie.

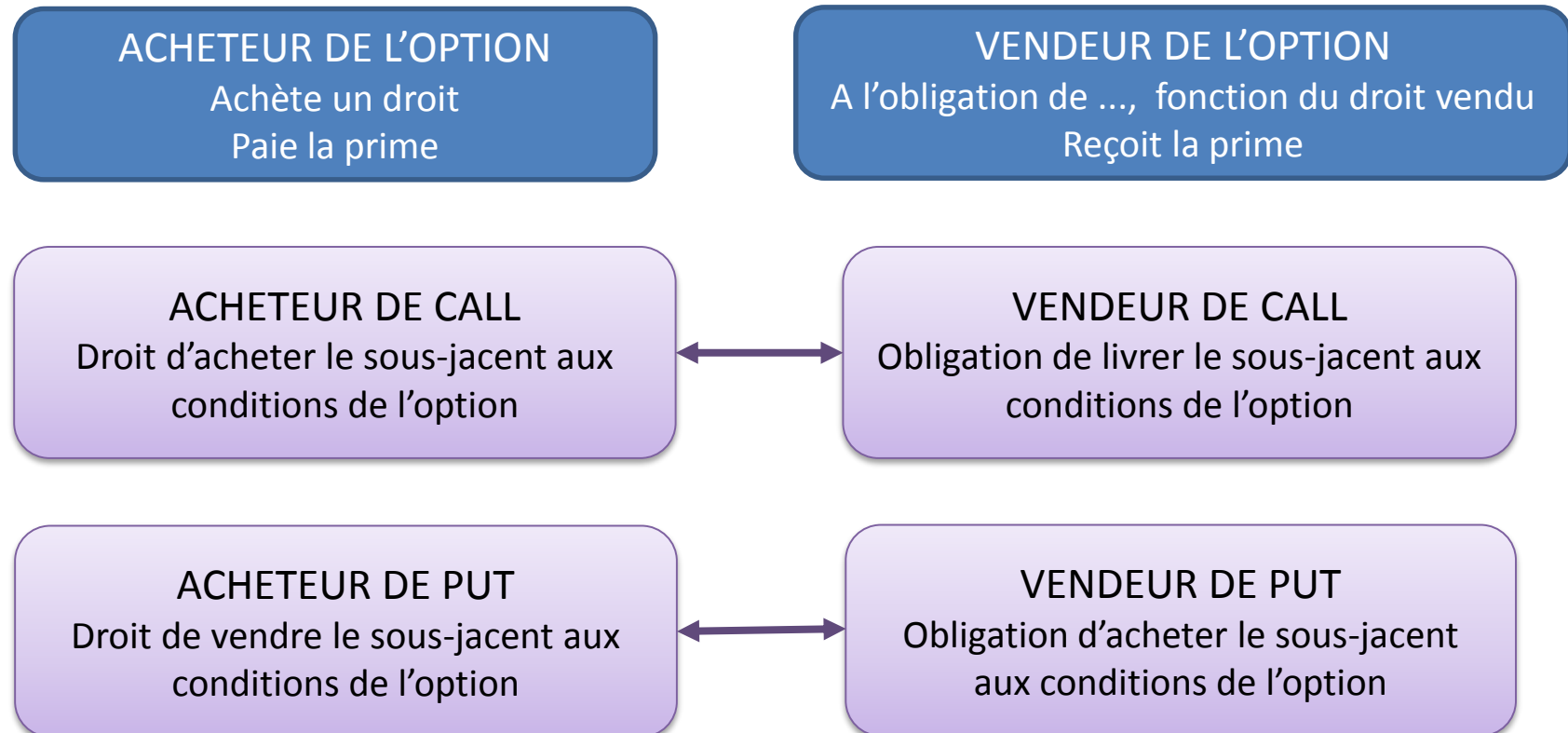
1. DEFINITIONS

1.B. définitions et terminologie des options vanille

2 types d'options

- ✓ Call : droit d'acheter le sous-jacent aux conditions stipulées dans le contrat d'option ;
- ✓ Put : droit de vendre le sous-jacent aux conditions stipulées dans le contrat d'option.

4 positions possibles



1. DEFINITIONS

1.C. caractéristiques d'une option vanille

Le sous-jacent

- ✓ Actif financier sur lequel porte le contrat d'option ;
- ✓ Qui sera donc acheté ou vendu aux conditions fixées par le contrat d'option ;
- ✓ Tout actif financier possible :
 - ✓ Devise,
 - ✓ Indices boursier,
 - ✓ Action,
 - ✓ Swap,
 - ✓ Obligation,
 - ✓

1. DEFINITIONS

1.C. caractéristiques d'une option vanille

Le strike ou prix d'exercice

- ✓ Prix auquel l'acheteur de l'option pourra l'exercer, c'est-à-dire
 - ✓ acheter le sous-jacent pour un call, ou
 - ✓ vendre le sous-jacent pour un put.
- ✓ Exemple : un acheteur de call sur une action A avec un prix d'exercice de 50 € a le droit d'acheter l'action A au prix de 50 € quelque soit le cours du marché à la date d'exercice. Il ne va exercer ce droit que si il y a intérêt, donc si cours de marché > 50 € ou plus exactement (cours de marché + prime de l'option) > 50 €.

La prime

- ✓ Prime = prix de l'option
- ✓ Somme que l'acheteur de l'option doit verser au vendeur pour acquérir le droit matérialisé dans le contrat d'option ;
- ✓ Versement de la prime en une fois au début de l'opération (« upfront ») ou périodiquement.

1. DEFINITIONS

1.C. caractéristiques d'une option vanille

La date ou la période d'exercice

- ✓ option européenne : exercice possible à une date unique, qui est l'échéance de l'option ;
- ✓ option américaine : exercice possible à n'importe quel moment de la vie de l'option jusqu'à son échéance ;
- ✓ option bermudéenne : exercice possible périodiquement jusqu'à l'échéance de l'option.

La date d'expiration ou date d'échéance

- ✓ date d'expiration = date d'échéance de l'option, quelque soit le type de l'option,
- ✓ extinction des droits et des obligations ;
- ✓ valeur de l'option nulle après la date d'échéance.

1. DEFINITIONS

1.C. caractéristiques d'une option vanille

Marchés de gré à gré ou Marchés organisés

- ✓ 2 types de négociation possibles :

- ✓ **Marchés de gré à gré**
 - ✓ Caractéristiques réputées libres ;
 - ✓ Moins de standardisation => moins de liquidité ;

- ✓ **Marchés organisés**
 - ✓ Plus de standardisation donc moins de choix en termes de sous-jacent, échéances, quotités et prix d'exercice ;
 - ✓ Plus de liquidité (facilité de clôture d'une opération avant expiration) ;
 - ✓ Plus de sûreté grâce à la fonction de la chambre de compensation, garantie de bonne fin des opérations ;
 - ✓ Marchés organisés d'options les plus importants :
 - ✓ CME à Chicago,
 - ✓ Eurex à Francfort,
 - ✓ Liffe du NYSE-Euronext à Londres.

1. DEFINITIONS

1.D. différentes utilisations

couverture

- ✓ Couverture d'une position sur le sous-jacent (titres, devises, ...) contre une évolution défavorable des prix :
- ✓ Possibilité de couvrir un risque tout en se gardant la possibilité de profiter d'un mouvement favorable (contrairement aux marchés à terme ferme) ;

spéculation

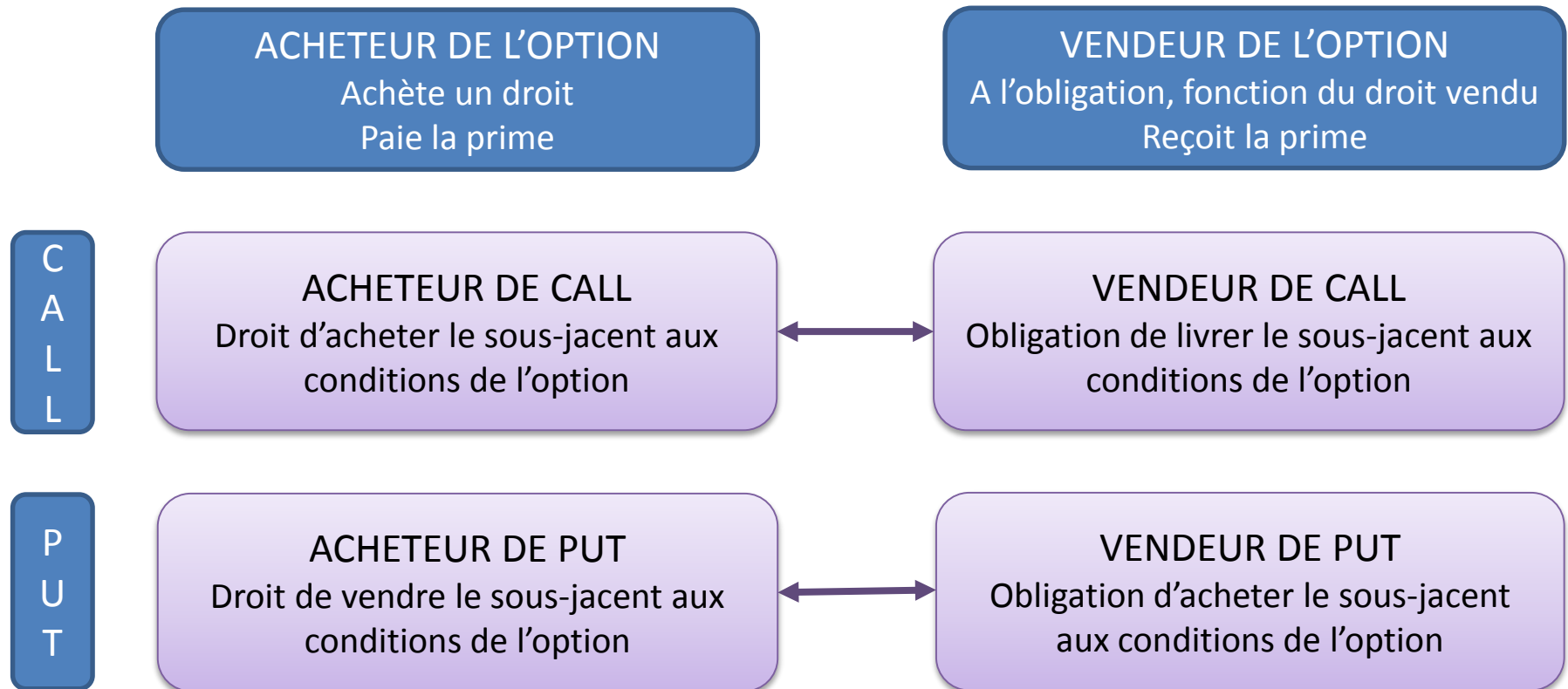
- ✓ Utilisation des options pour prendre une position spéculative à la hausse ou à la baisse du sous-jacent, en déboursant une prime réduite, donc avec un fort effet de levier ;
- ✓ Possibilité d'exposition à la hausse ou à la baisse de la volatilité du sous-jacent elle-même.

arbitrage

- ✓ Utilisation d'incohérences temporaires sur les marchés d'options.

2.A. schéma récapitulatif

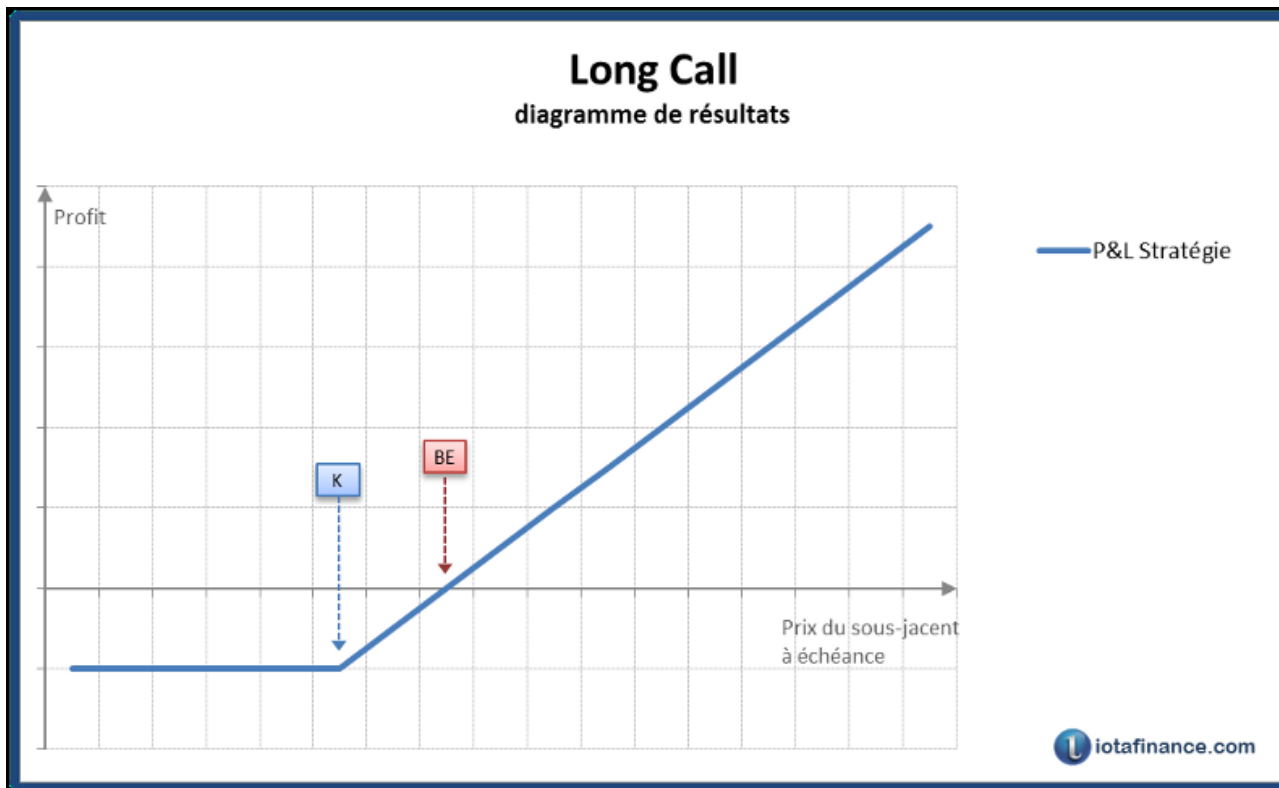
Rappel : 4 stratégies simples possibles :



2.A. achat d'un call

Achat d'une option d'achat : achat de call

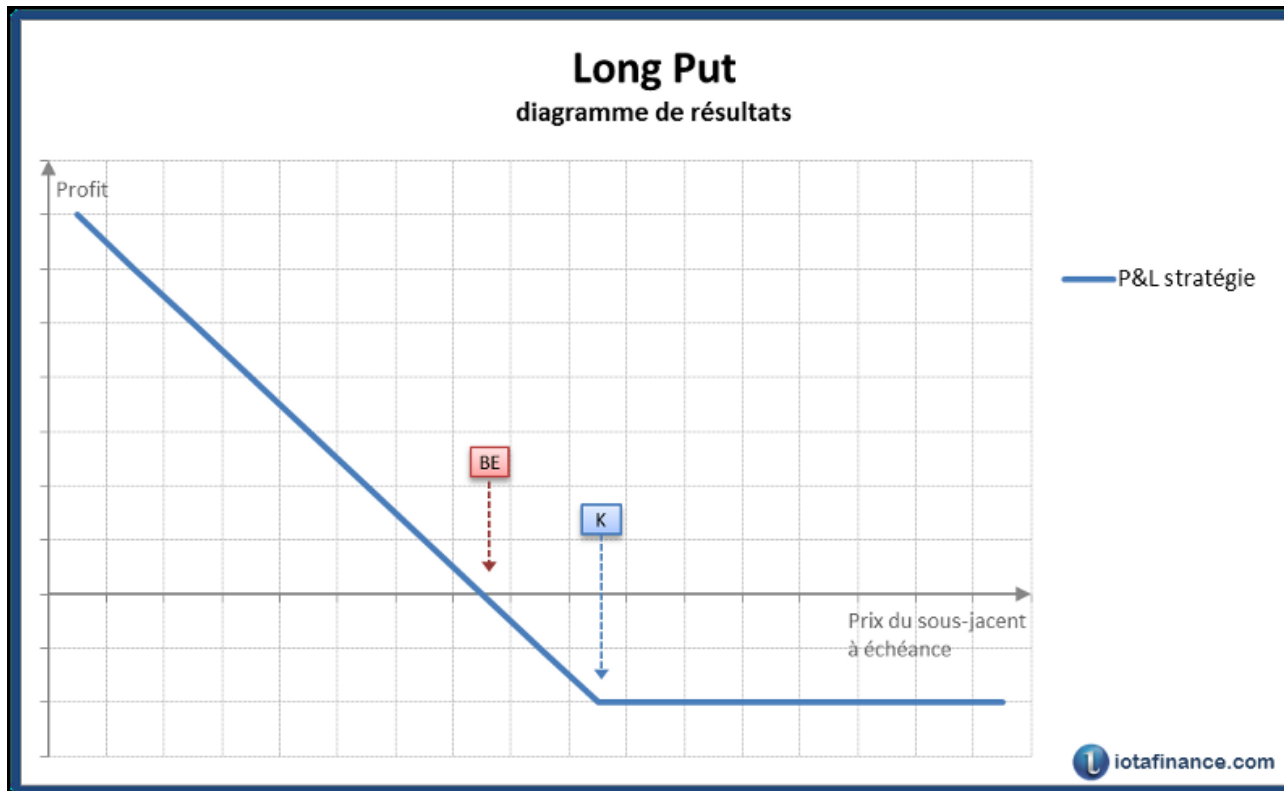
- ✓ Anticipation d'un marché haussier ;
- ✓ Risque : limité, perte égale à la prime du call ;
- ✓ Gain : théoriquement illimité ;
- ✓ Breakeven : cours du sous-jacent = (prix d'exercice du call + prime du call) ;



2.B. achat d'un put

Achat d'une option de vente : achat d'un put

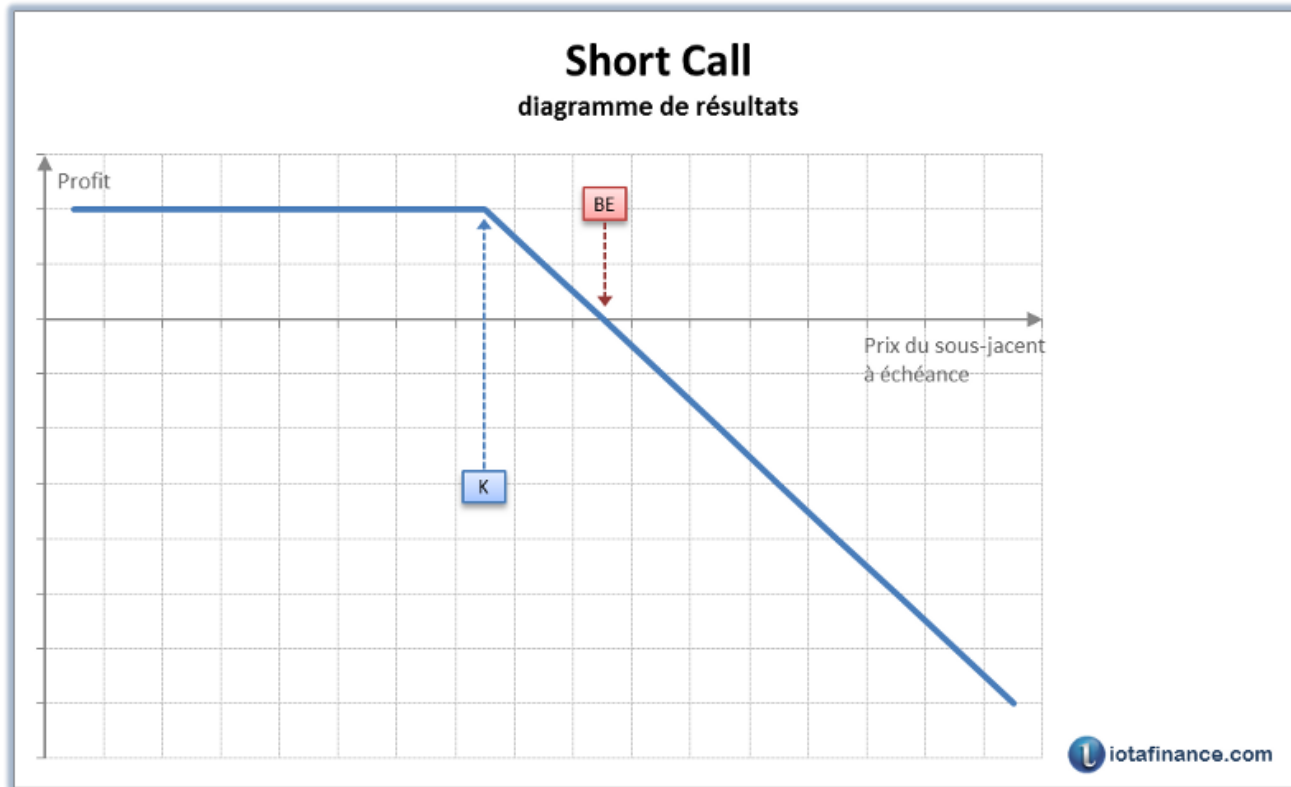
- ✓ Anticipation d'un marché baissier ;
- ✓ Risque : limité, perte égale à la prime du put ;
- ✓ Gain : théoriquement illimité ;
- ✓ breakeven : cours du sous-jacent = (prix d'exercice du put - prime du put) ;



2.C. vente d'un call

Vente d'une option d'achat : vente de call

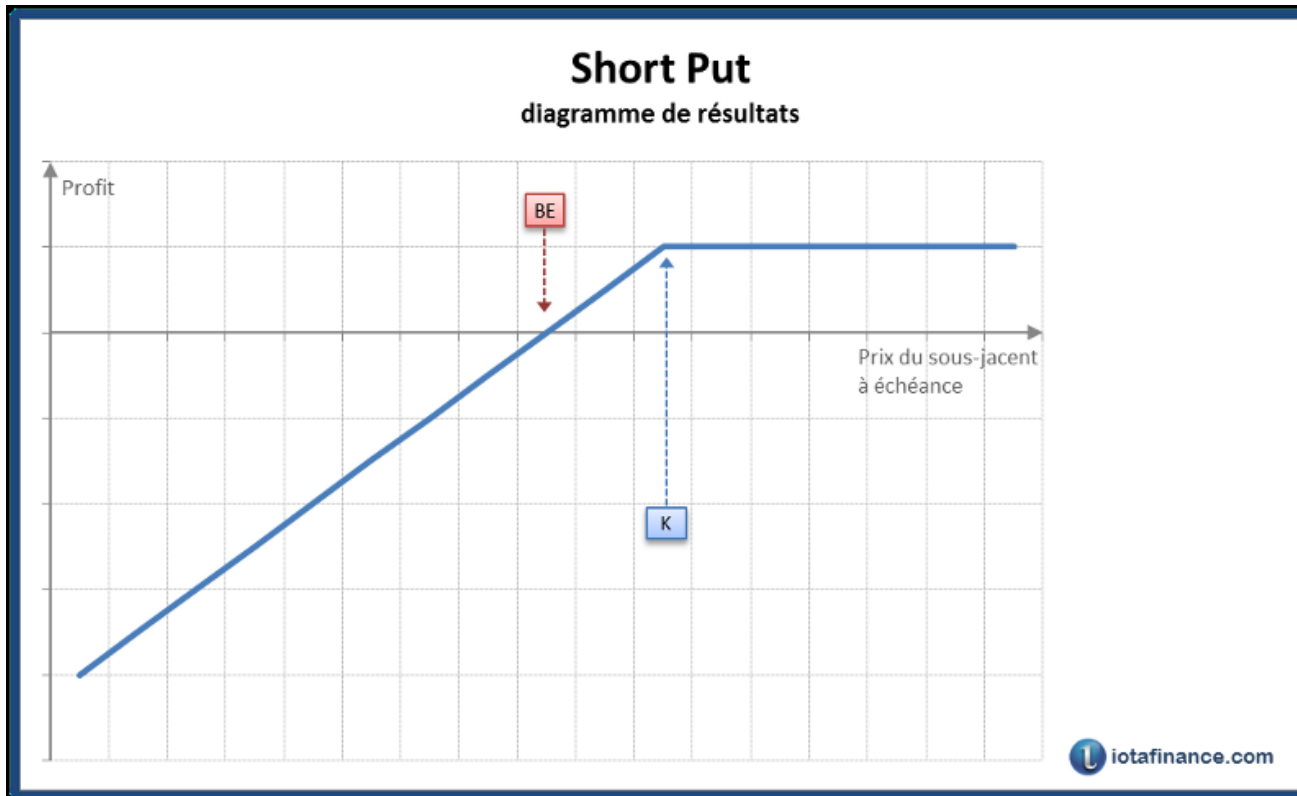
- ✓ Anticipation d'un marché stable ou baissier ;
- ✓ Risque : théoriquement illimité ;
- ✓ Gain : limité, perte égale à la prime du call ;
- ✓ Breakeven : cours du sous-jacent = (prix d'exercice du call + prime du call) ;



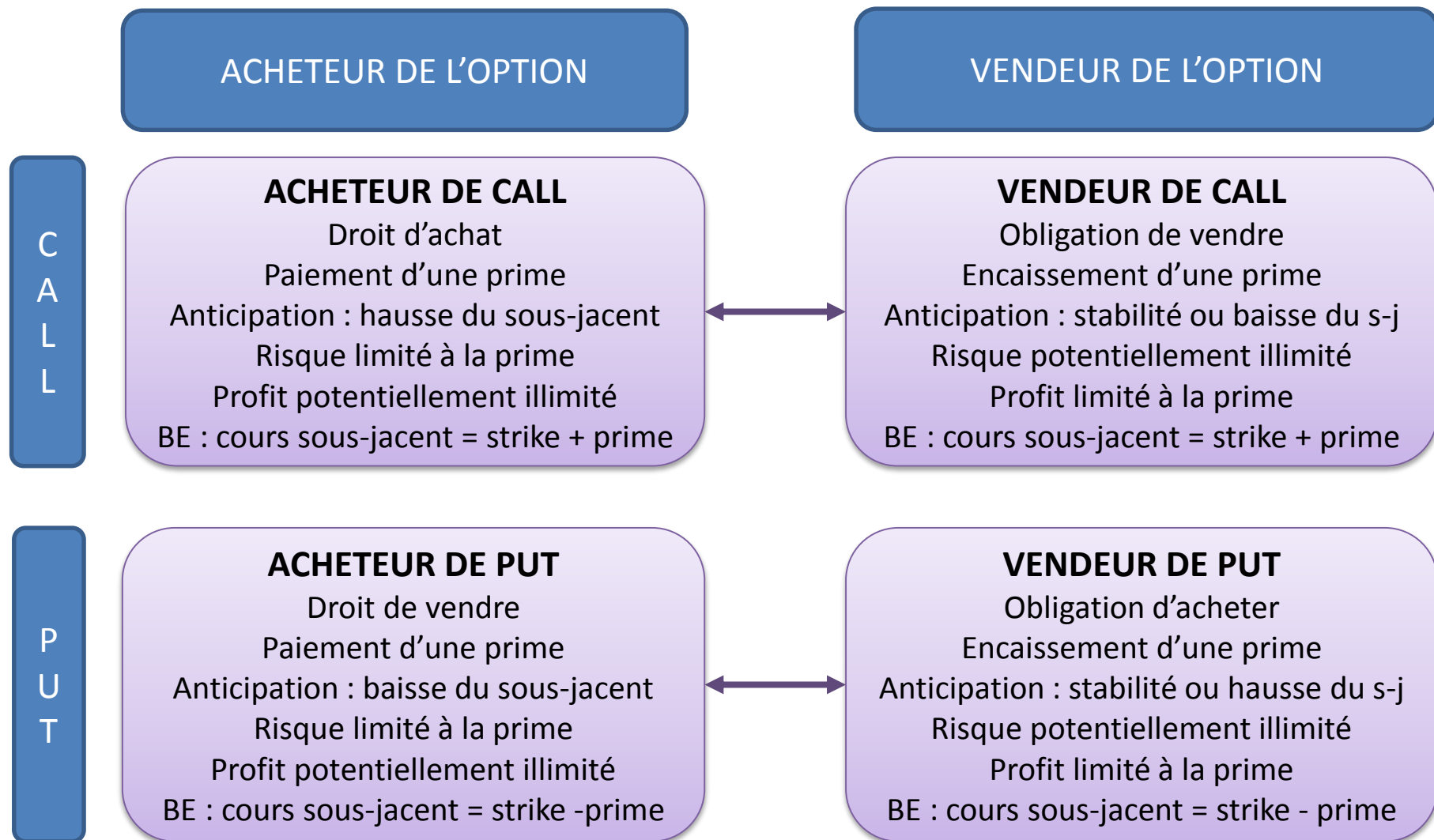
2.D. vente d'un put

Vente d'une option de vente : vente d'un put

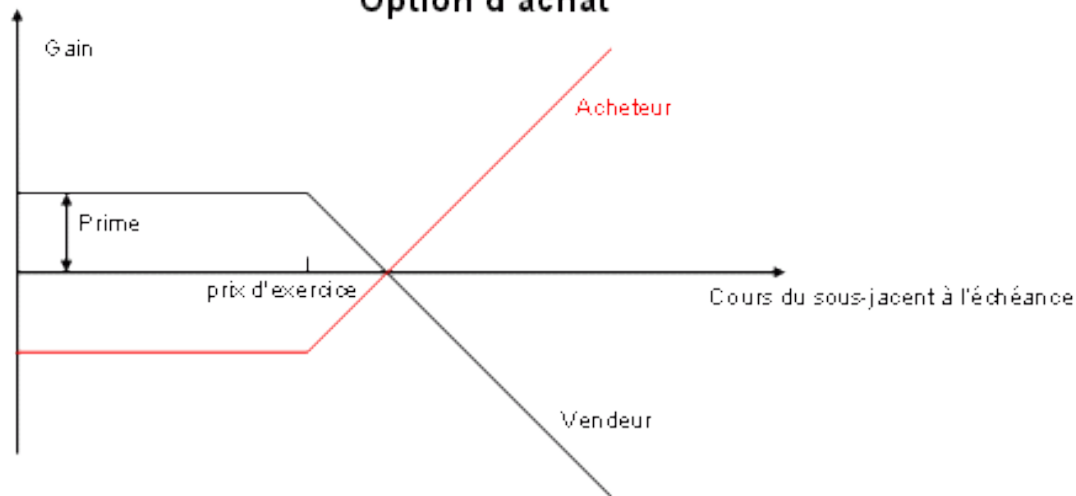
- ✓ Anticipation d'un marché stable ou haussier ;
- ✓ Risque : théoriquement illimité ;
- ✓ Gain : limité, perte égale à la prime du put ;
- ✓ breakeven : cours du sous-jacent = (prix d'exercice du put - prime du put) ;



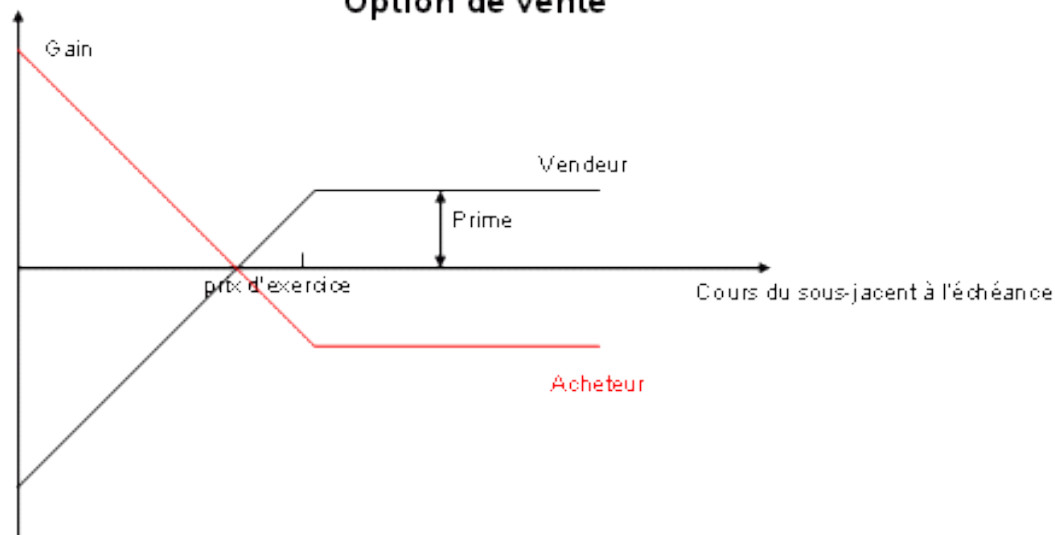
2.E. récapitulatif



Option d'achat



Option de vente



2.E. récapitulatif

Astuces mnémotechniques pour retrouver la pente des schémas de Profit & Loss

✓ Si par convention :

CALL = +

ACHAT = +

PUT = -

VENTE = -

✓ On obtient :

ACHAT DE CALL = + x + = +

VENTE DE CALL = - x + = -

ACHAT DE PUT = + x - = -

VENTE DE PUT = - x - = +

✓ On peut se souvenir des pentes des graphiques de P&L à l'échéance :

ACHAT DE CALL = + x + = + (0 ; 1)

VENTE DE CALL = - x + = - (0 ; -1)

ACHAT DE PUT = + x - = - (-1 ; 0)

VENTE DE PUT = - x - = + (1 ; 0)

3. PARITE CALL / PUT

3.A. relation fondamentale call européen / put européen

Parité call/put : relation fondamentale entre le prix d'un call européen et le prix d'un put européen

ACHAT de CALL strike K + VENTE de PUT strike K = ACHAT à terme du sous-jacent au prix K

VENTE de CALL strike K + ACHAT de PUT strike K = VENTE à terme du sous-jacent au prix K

- ✓ Explication : Position à l'échéance d'un acheteur de call strike K et vendeur de put strike K
- ✓ Si cours du sous-jacent < strike K :
- ✓ Pas d'exercice du call acheté et exercice du put vendu : il devra acquérir le sous-jacent au prix K auprès de l'acheteur du put.
- ✓ Si cours du sous-jacent > strike K :
- ✓ Exercice du call acheté et pas d'exercice du put vendu : il acquiert le sous-jacent au prix K auprès du vendeur de call.

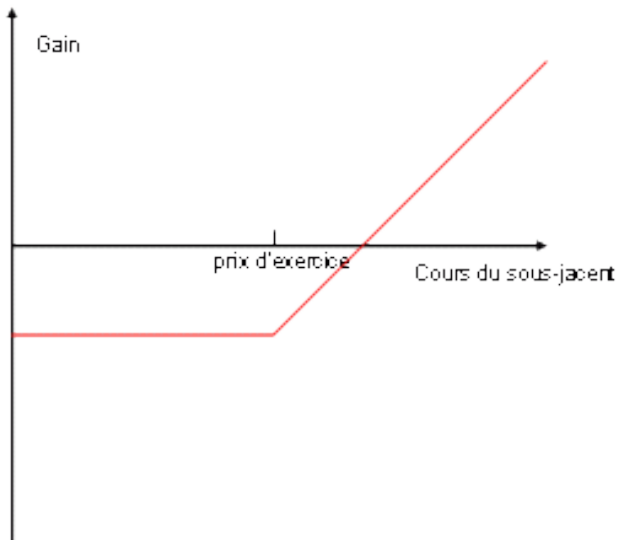
3. PARITE CALL / PUT

3.A. relation fondamentale call européen / put européen

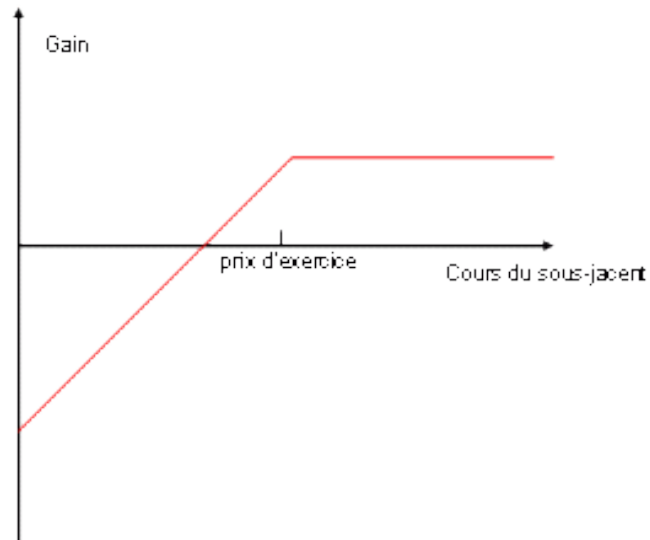
Parité call/put : relation fondamentale entre le prix d'un call européen et le prix d'un put européen

ACHAT de CALL strike K + VENTE de PUT strike K = ACHAT à terme du sous-jacent au prix K
VENTE de CALL strike K + ACHAT de PUT strike K = VENTE à terme du sous-jacent au prix K

Achat d'une option d'achat



+ Vente d'une option de vente



= Achat à terme



4. VALEUR DES OPTIONS

4.A. valeur à l'échéance et valeur avant l'échéance

✓ Valeur intrinsèque de l'option à l'échéance

- ✓ À l'échéance de l'option, valeur indiscutable : le sous-jacent ne peut plus évoluer avant l'exercice à échéance ;
- ✓ Valeur intrinsèque = simple écart entre prix du sous-jacent et prix d'exercice ;
 - ✓ Pour un call : $\text{Max} [(\text{cours du sous-jacent} - \text{strike}) ; 0]$;
 - ✓ Pour un put : $\text{Max} [(\text{strike} - \text{cours du sous-jacent}) ; 0]$;
- ✓ Valeur positive ou nulle ;

VALEUR INTRINSEQUE	CALL $\text{Max} (0 ; \text{sous-jacent} - \text{strike})$	PUT $\text{Max} (0 ; \text{strike} - \text{sous-jacent})$
COURS SS-J < STRIKE	0	POSITIVE
COURS SS-J > STRIKE	POSITIVE	0

4. VALEUR DES OPTIONS

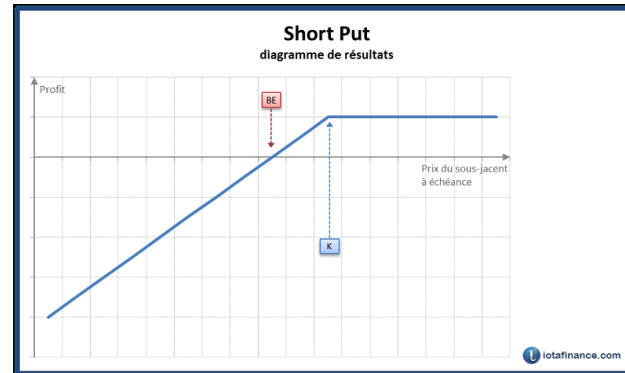
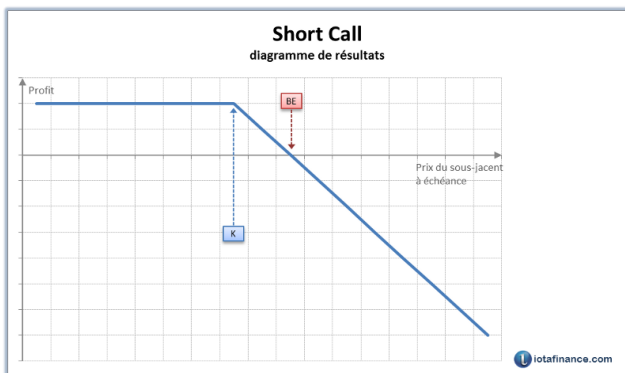
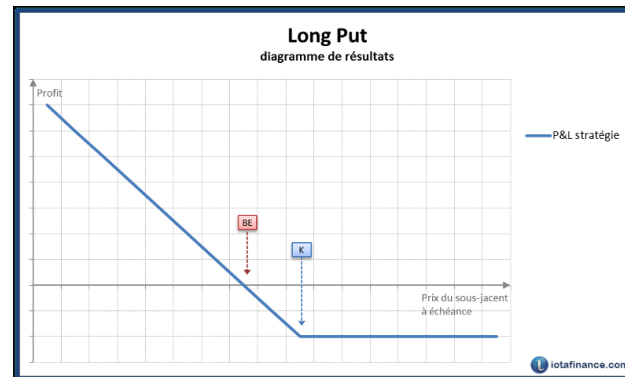
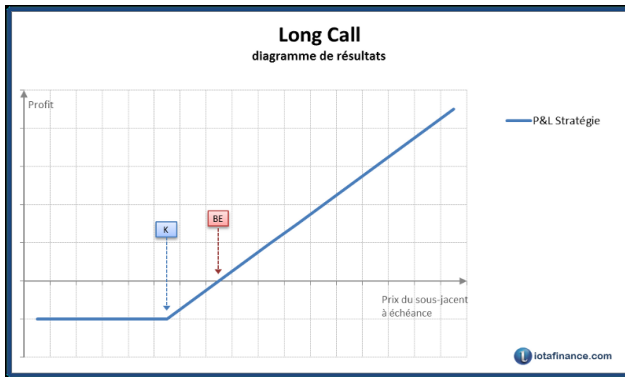
4.A. valeur à l'échéance et valeur avant l'échéance

- ✓ Option « out of the money » / « at the money » / « in the money »
- ✓ Quand valeur intrinsèque = 0, option « en-dehors de la monnaie » (« out of the money ») ;
- ✓ Quand la valeur intrinsèque > 0, option « dans la monnaie » (« in the money ») ;
- ✓ Quand cours du sous-jacent = strike, option « à la monnaie » (« at the money »).

VALEUR INTRINSEQUE	CALL	PUT
COURS SS-J < STRIKE	0 option out of the money	POSITIVE option in the money
COURS SS-J = STRIKE	0 option at the money	0 option at the money
COURS SS-J > STRIKE	POSITIVE option in the money	0 option out of the money

✓ Profil de gain/perte des options à l'échéance

- ✓ Graphiques habituels de profit & loss sur les options concernant la situation à l'échéance :
- ✓ Écart entre strike et cours sous-jacent ;
- ✓ Vision très réductrice de la valeur des options.



4. VALEUR DES OPTIONS

4.A. valeur à l'échéance et valeur avant l'échéance

- ✓ **Le concept de la valeur temps : valeur intrinsèque < valeur de l'option avant échéance**
- ✓ Même une option « out of the money » a une valeur positive avant l'échéance (probabilités, incertitude) ;
- ✓ Avant l'échéance, même pour une option très « out of the money », il existe toujours une chance que le cours de sous-jacent passe sous le strike pour un put ou au-dessus pour un call, donc une probabilité que l'option soit exercée à l'échéance ;
- ✓ C'est la valeur temps.
- ✓ Valeur temps et strike: plus le cours spot est éloigné du strike, plus la probabilité d'exercice à l'échéance est faible, plus la valeur temps est petite ;
- ✓ vocabulaire : « out the money spot », « at the money spot », « in the money spot » ;
- ✓ Valeur temps maximale à la monnaie : incertitude maximal quand à l'exercice de l'option.

4. VALEUR DES OPTIONS

4.A. valeur à l'échéance et valeur avant l'échéance

- ✓ **Le concept de la valeur temps : valeur intrinsèque < valeur de l'option avant échéance**
- ✓ Une option « in the money » a une valeur supérieure à sa valeur intrinsèque avant échéance
- ✓ Avant l'échéance, possibilité que le cours du sous-jacent évolue encore plus favorablement, afin que l'exercice de l'option soit encore plus rémunérateur qu'il ne l'est maintenant ; ou que le mouvement s'inverse et qu'elle passe dans la zone « out of the money » ;
- ✓ C'est encore la valeur temps.

- ✓ Généralisation :

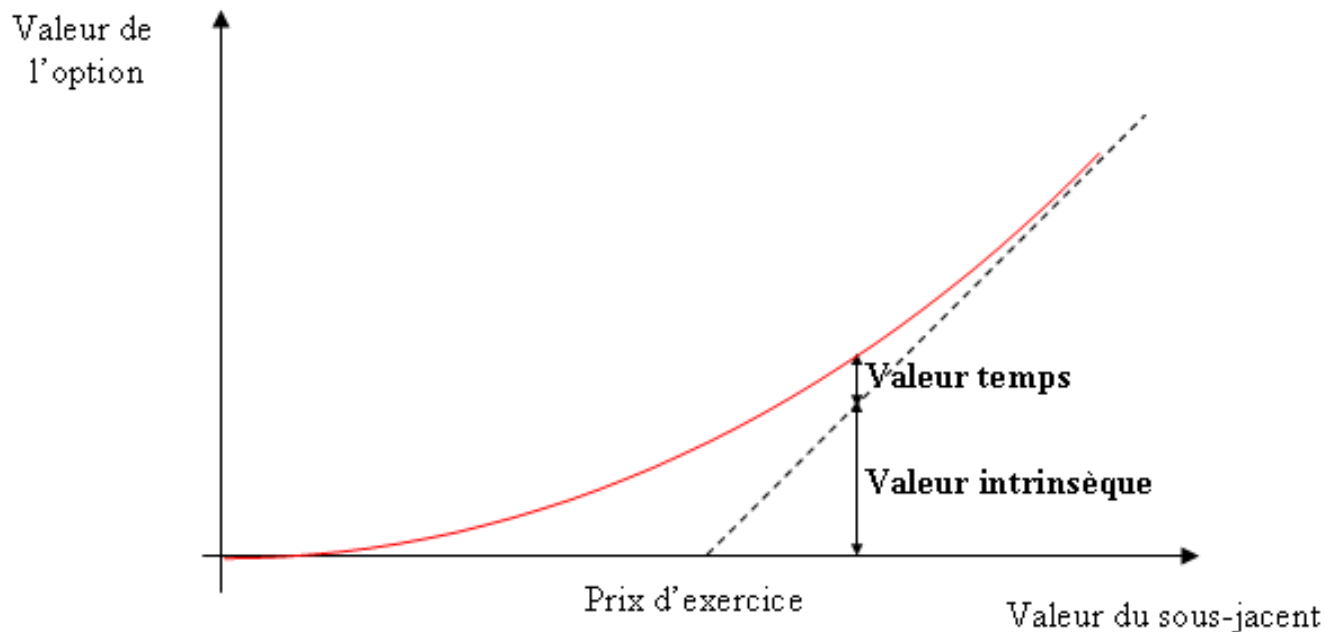
valeur d'une option = valeur intrinsèque + valeur temps

- ✓ Valeur temps :
- ✓ D'autant plus grande que l'échéance est éloignée dans le temps ;
- ✓ Fonction décroissante du temps qui passe ;
- ✓ Toutes choses étant égales par ailleurs, plus le prix spot du sous-jacent (ou mieux le forward) est éloigné du strike, plus l'incertitude décroît et plus la valeur temps sera faible ;
- ✓ Toutes choses étant égales par ailleurs, plus la durée de vie de l'option est courte, plus la valeur temps décroît rapidement (options de change).

- ✓ Le concept de la valeur temps : valeur intrinsèque < valeur de l'option avant échéance

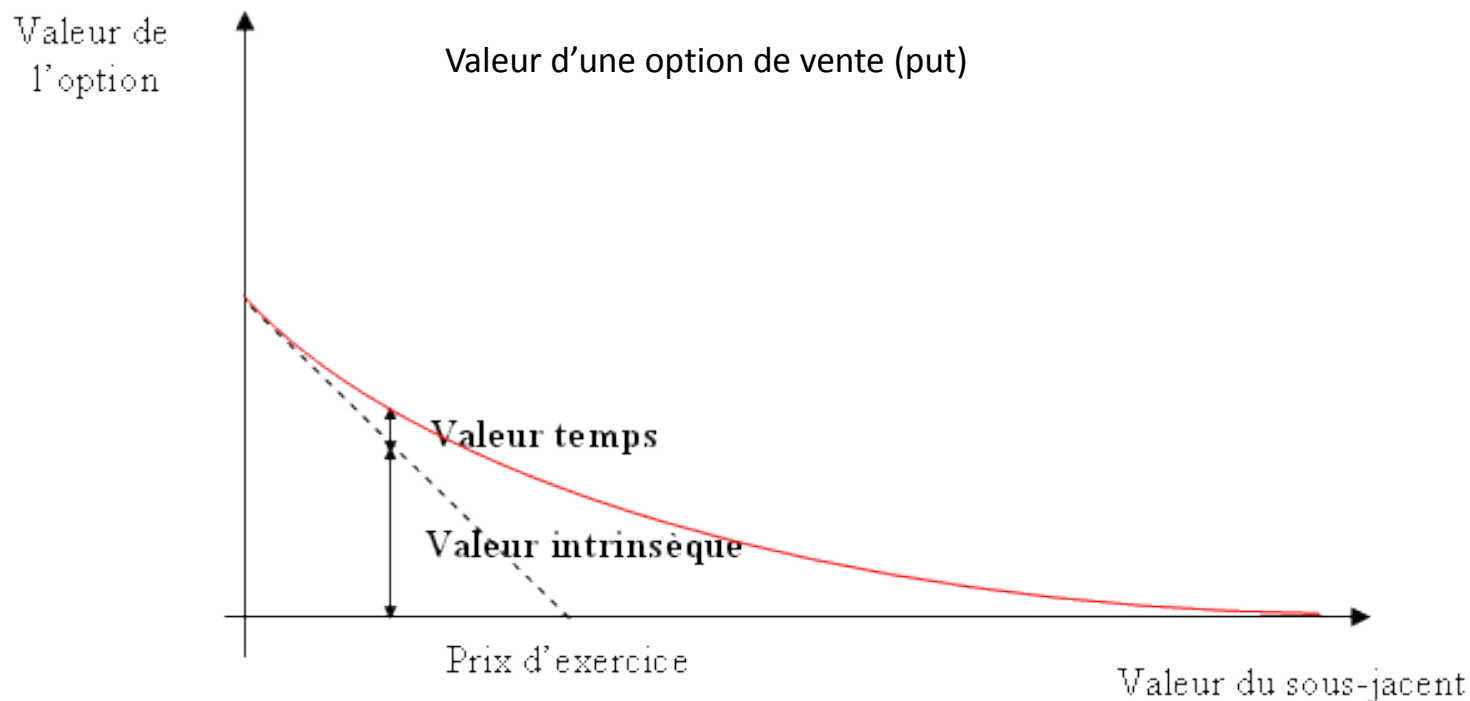
valeur d'une option = valeur intrinsèque + valeur temps

Valeur d'une option d'achat (*call*)



- ✓ Le concept de la valeur temps : valeur intrinsèque < valeur de l'option avant échéance

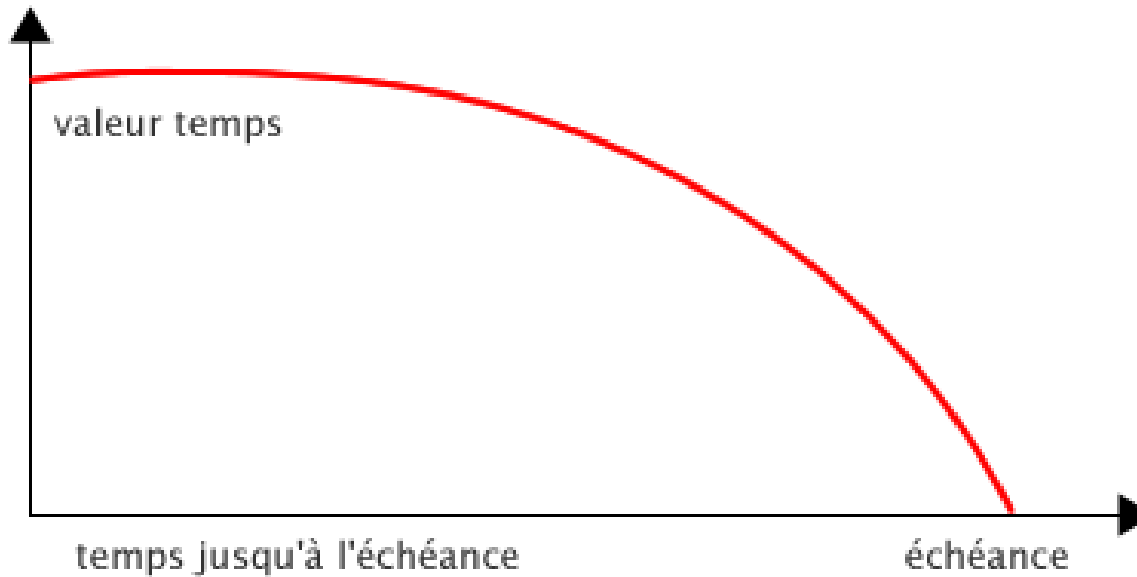
valeur d'une option = valeur intrinsèque + valeur temps



4. VALEUR DES OPTIONS

4.A. valeur à l'échéance et valeur avant l'échéance





- ✓ La valeur temps « fond » avec le temps qui passe :
- ✓ Valeur temps à échéance nulle ;
- ✓ Quand on revend une option avant l'échéance, on récupère la valeur temps ;
- ✓ Rentabilité d'une option > rentabilité de l'actif sous-jacent du fait de la valeur temps (renégociation plus profitable qu'exercice)



4. VALEUR DES OPTIONS

4.B. le cours spot du sous-jacent





- ✓ **Cours spot du sous-jacent = déterminant principal de la valeur de l'option**
- ✓ Pris en compte par la valeur intrinsèque ET par la valeur temps ;
- ✓ Hausse du cours sous-jacent =>
- ✓ probabilité plus forte d'exercice du call, moins forte pour le put ;
- ✓ Baisse du cours sous-jacent =>
- ✓ probabilité plus forte d'exercice du put, moins forte pour le call.

Impact du cours spot du sous-jacent sur la valeur de l'option	Call	Put
Hausse du cours spot du sous-jacent		
Baisse du cours spot du sous-jacent		

4. VALEUR DES OPTIONS

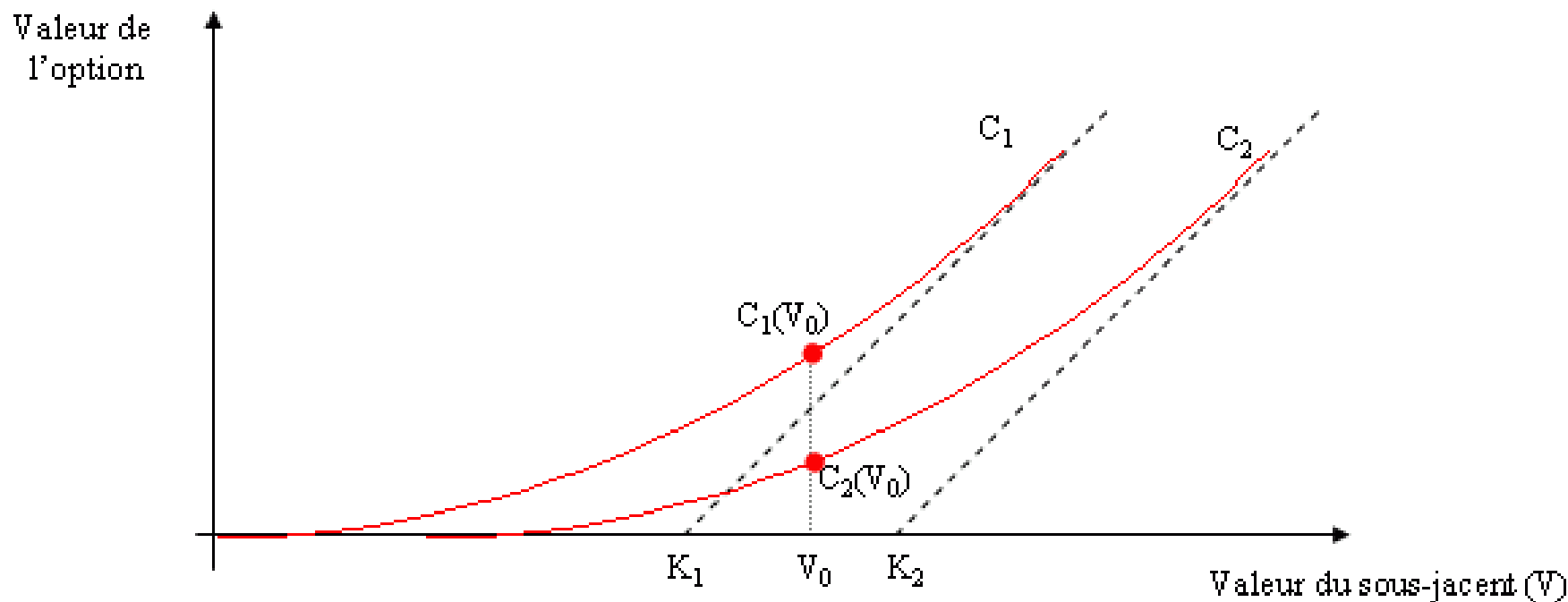
4.C. le prix d'exercice (strike)

- ✓ **Strike = déterminant principal ex-aequo de la valeur de l'option**
- ✓ Hausse du strike K :
- ✓ Réduit l'intérêt d'acheter le call strike K , réduit la valeur du call ;
- ✓ Augmente l'intérêt d'acheter le put strike K , augmente la valeur du put ;
- ✓ Baisse du strike K :
- ✓ Augmente l'intérêt d'acheter le call strike K , augmente la valeur du call ;
- ✓ Réduit l'intérêt d'acheter le put strike K , réduit la valeur du put.


Impact du niveau du strike sur la valeur de l'option	Call	Put
Niveau élevé du strike		
Niveau bas du strike		

✓ Strike = déterminant principal ex-aequo de la valeur de l'option

Pour une même valeur du sous-jacent, la valeur d'une option d'achat (call) varie en sens inverse du prix d'exercice.

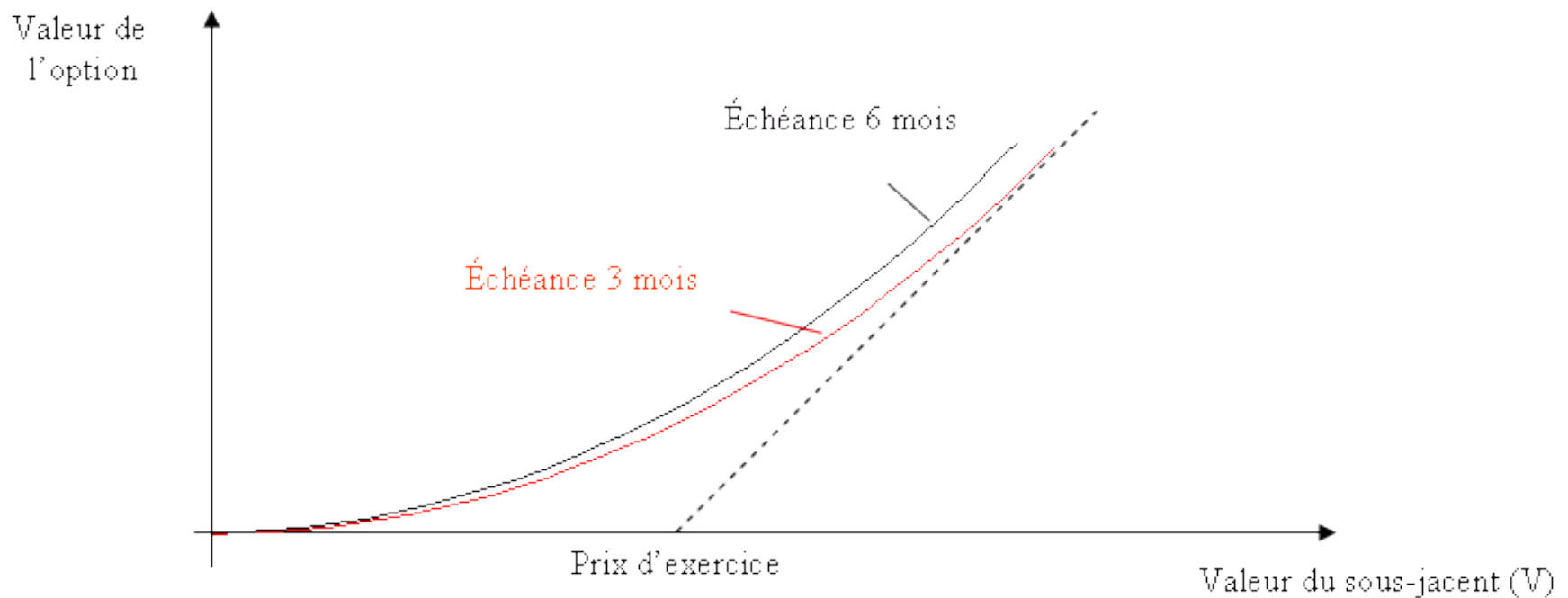


- ✓ Plus la date d'exercice est lointaine, plus la valeur temps est grande
- ✓ Valeur temps décroissante avec le temps qui passe ;
- ✓ Valeur temps nulle au moment de l'échéance ;
- ✓ Fonction décroissante mais non linéaire, accélération du rythme de l'érosion de la valeur temps.

Impact de l'éloignement de la date d'exercice	Call et Put
Date d'exercice éloignée	
Date d'exercice proche	

- ✓ Plus la date d'exercice est lointaine, plus la valeur temps est grande





La valeur temps s'accroît avec la maturité de l'option.





4. VALEUR DES OPTIONS

4.E. le taux d'intérêt sans risque

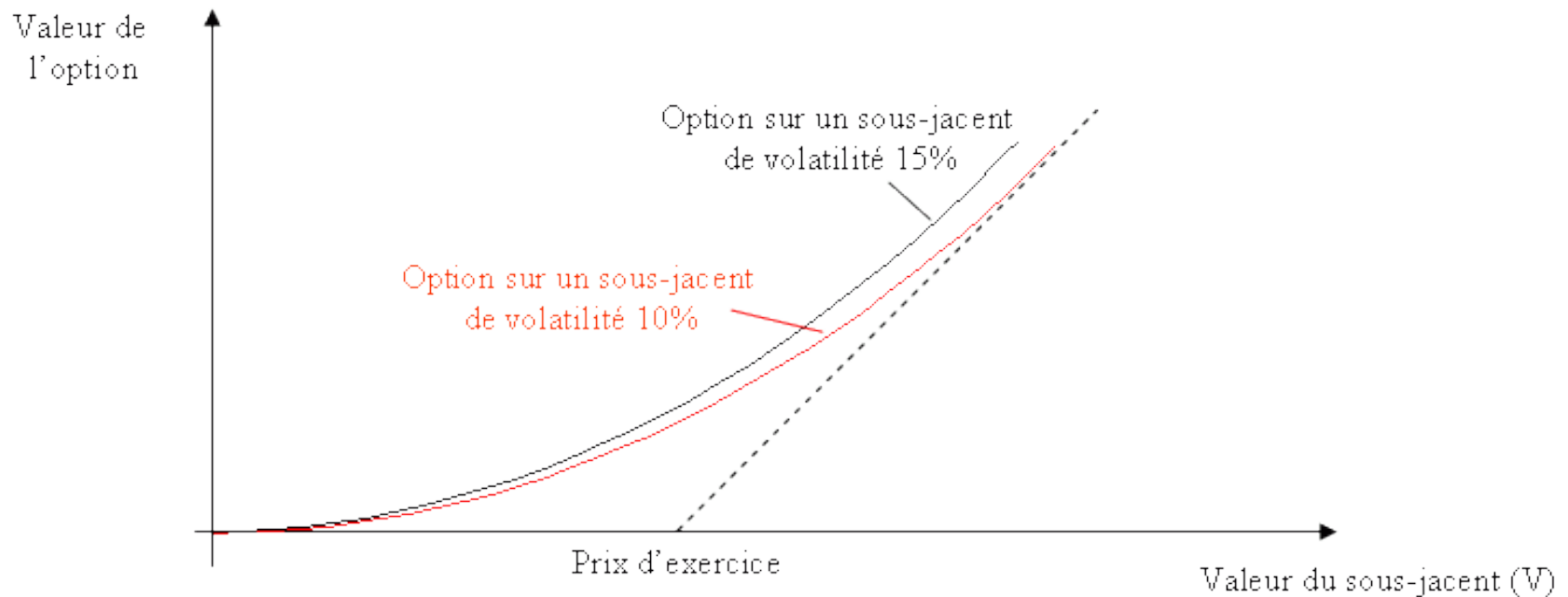
- ✓ La hausse des taux renchérit le cours forward, donc le call
- ✓ Plus les taux d'intérêt sont élevés, plus les cours forward du sous-jacent sont élevés ;
- ✓ On retrouve la configuration de l'impact de l'évolution du cours spot.

Impact du taux d'intérêt sur la valeur de l'option	Call	Put
Hausse du taux d'intérêt		
Baisse du taux d'intérêt		

- ✓ **Volatilité : facteur très important dans la valorisation de l'option**
- ✓ Profil asymétrique d'un call ou d'un put :
- ✓ Exemple d'un call : en cas de mouvement de grande ampleur à la hausse du sous-jacent (volatilité), espoir de gain plus important ; en cas de mouvement à la baisse du sous-jacent, quelque soit son ampleur, pas d'exercice de l'option .
- ✓ La volatilité possède un potentiel fort de conduire à un issue positive à l'échéance.

Impact de la volatilité sur la valeur de l'option	Call et Put
Volatilité élevée	
Volatilité faible	

La valeur temps s'accroît avec la volatilité des actifs.



✓ Volatilité : de quoi parle-t-on ?

- ✓ La volatilité permet d'apprécier la dispersion des mouvements réalisés et réalisables par un sous-jacent ;
- ✓ Approche empirique de la volatilité
- ✓ Mesurée à partir de l'amplitude des mouvements du sous-jacent et pour une fréquence d'observation donnée ;
- ✓ Par convention, volatilité annuelle ;

- ✓ Volatilité historique et volatilité implicite
- ✓ Volatilité historique : niveau de volatilité observé dans le passé, calculée grâce à l'historique de l'évolution des cours et définie comme l'écart-type des variations du sous-jacent ;
- ✓ Volatilité implicite : anticipations du marché sur les variations futures du sous-jacent ; calculée en inversant la formule de Black & Scholes.

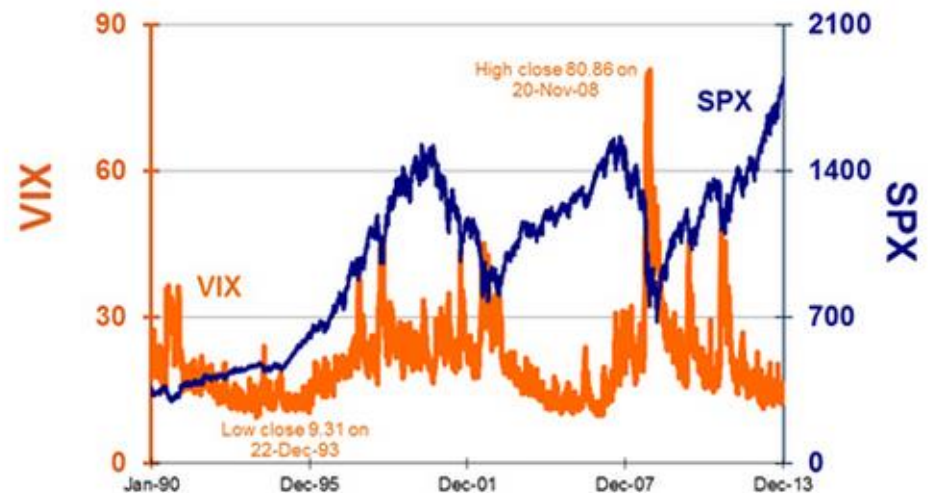
- ✓ NB :
- ✓ Les traders peuvent coter des options en volatilité implicite (seule variable considérée, en substitution du prix lui-même) ;
- ✓ Sur les marchés actions, la baisse du marché correspond souvent à une hausse des volatilités implicites.

✓ Indice de volatilité implicite

- ✓ VIX : Volatility Index
- ✓ indice de volatilité de l'indice boursier Standard & Poor's,
- ✓ Créé au début des années 1990 sur la CBOE, à Chicago ;
- ✓ À partir des options à la monnaie, d'une durée de vie de 30 jours ;
- ✓ Indice indépendant des modèles depuis 2003 ;
- ✓ Coté en pourcentage de volatilité multiplié par 100 : un VIX de 15,9 correspond à une volatilité de 15,9% ;

- ✓ 2004 : 1ers contrats futures sur VIX ;
- ✓ 2006 : 1ères options sur VIX.

VIX® and S&P 500® (SPX) Indexes



Daily closing values: (Jan. 1990 - Dec. 2013)
Sources: Bloomberg and CBOE www.cboe.com/VIX

✓ smile et surface de volatilité

✓ Définition du smile et du skew

✓ Corrélation entre la volatilité implicite et le strike de l'option ;

✓ Traduit que la distribution des rendements d'un sous-jacent n'est pas tout à fait log-normale ;

✓ Si représentation graphique convexe : smile de volatilité ;

✓ Quand le smile est penché, notamment avec une volatilité implicite beaucoup plus élevée pour les strikes bas, on parle de skew.

✓ Le smile et Black & Scholes

✓ Une des hypothèses les plus réductrices du modèle de Black & Scholes : volatilité du sous-jacent constante quel que soit le strike ou la durée de vie de l'option considérée ;

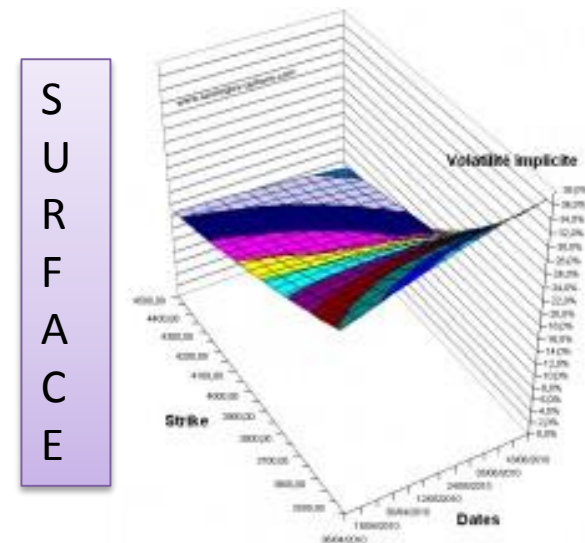
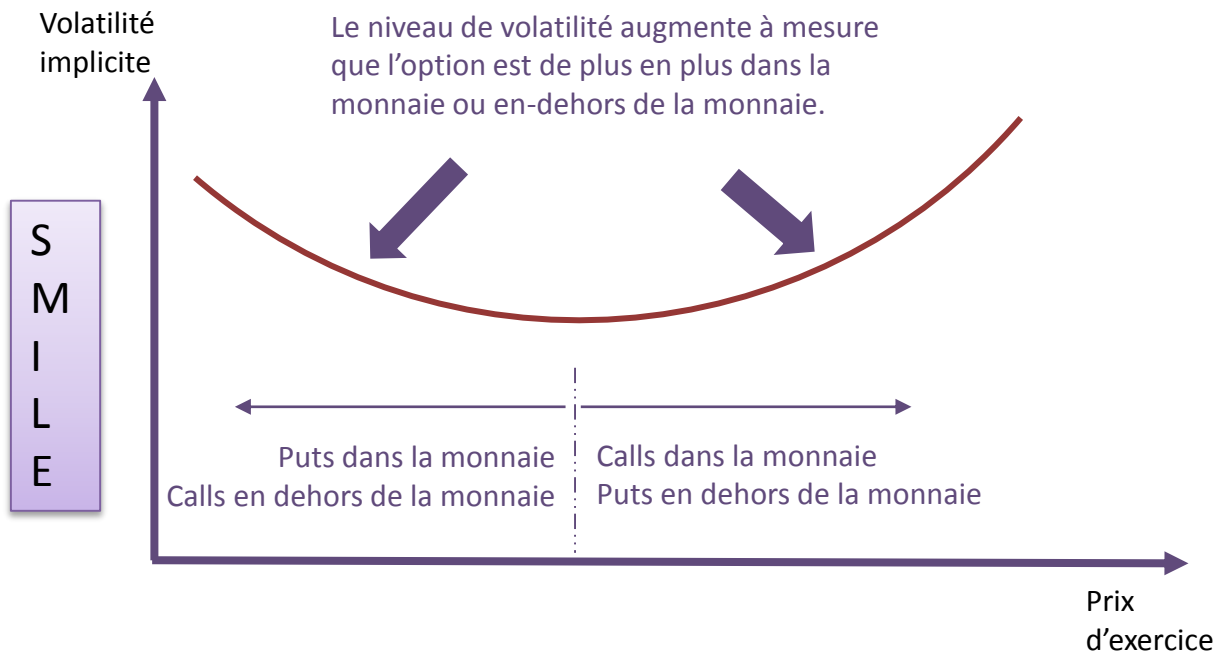
✓ Or l'observation montre que le strike et la durée de vie de l'option influencent le niveau de volatilité implicite ;

✓ La loi log-normale sur laquelle le modèle est fondée surpondère les événements autour de cours spot du sous-jacent ;

✓ Les traders corrigent le modèle en instaurant un smile de volatilité, c'est-à-dire une volatilité différente, gonflée sur les strikes éloignés de la monnaie (« fat tails » ; « cigne noir »).

✓ smile et surface de volatilité

- ✓ Surface de volatilité ou nappe de volatilité
- ✓ À partir des smiles de volatilité (graphique de niveaux de volatilité implicite différents en fonction du prix d'exercice),
- ✓ Si on fait évoluer en plus les maturités,
- ✓ On obtient des surfaces tridimensionnelles appelée « surface de volatilité » ou « nappe de volatilité ».



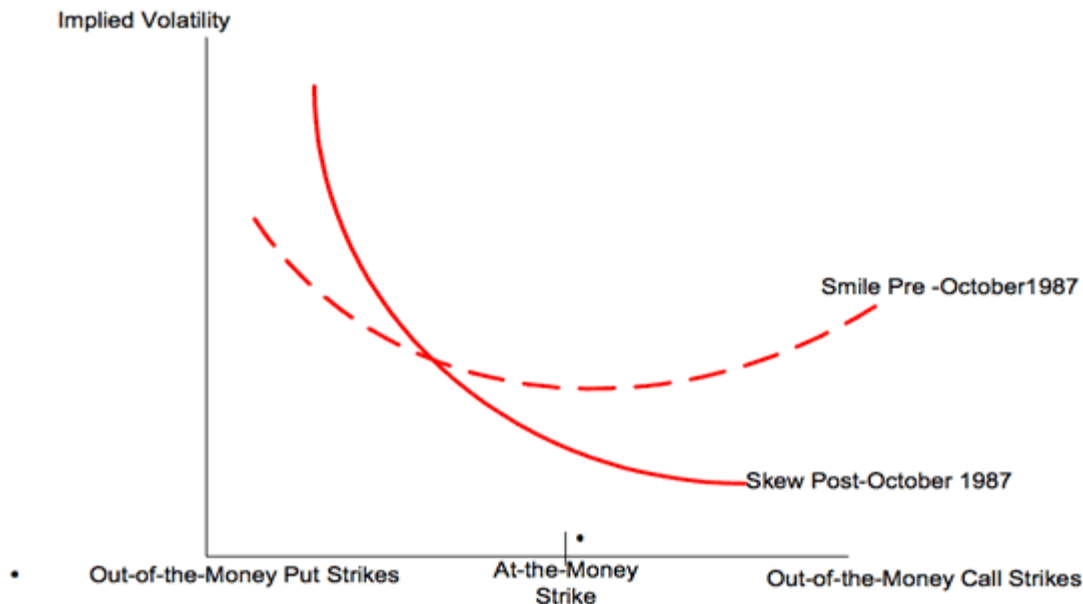
✓ Skew et déformation du smile

✓ Déformation du smile en fonction des conditions de marché ;

✓ Skew : pente du smile ;

✓ Exemple du smile de volatilité des actions américaines du S&P 500 avant et après le krach de 1987 :

Chart 1. The S&P 500 Implied Volatility Curve Pre-and Post- 1987



Source: CBOE

- ✓ **La volatilité en tant que classe d'actifs**





- ✓ Stratégie directionnelle ou stratégie non directionnelle
- ✓ 2 grandes familles de stratégies optionnelles possibles :
 - ✓ Stratégie directionnelle : spéculation sur la direction du prix du sous-jacent ;
 - ✓ Stratégie non directionnelle : spéculation sur la volatilité ;

- ✓ Nouvelle classe d'actifs
- ✓ Diversification des portefeuilles ;
- ✓ Accessibilité et liquidité grâce au développement des dérivés ;
- ✓ Théorie sous-jacente : anticipation de mean reversion (tendance de retour à la moyenne sur le long terme).

4. VALEUR DES OPTIONS

4.G. sixième paramètre et le cours forward

- ✓ **Le sixième paramètre dépend du sous-jacent de l'option (action, change, ...)**
- ✓ Par convention, contribue à faire baisser le cours forward ;
- ✓ Exemple du versement du dividende sur une action ;
- ✓ Baisse du cours d'une action après le versement du dividende ;
- ✓ Versement du dividende : renchérit le put et fait baisser le call.
- ✓ **Pour simplifier, considérons plutôt les variations de cours forward :**

Impact du cours forward du sous-jacent sur la valeur de l'option	Call	Put
Hausse du cours forward du sous-jacent		
Baisse du cours forward du sous-jacent		

5. MODELES DE VALORISATION DES OPTIONS

5.A. les différents modèles de valorisation des options

- ✓ Spécificité des modèles d'évaluation d'options

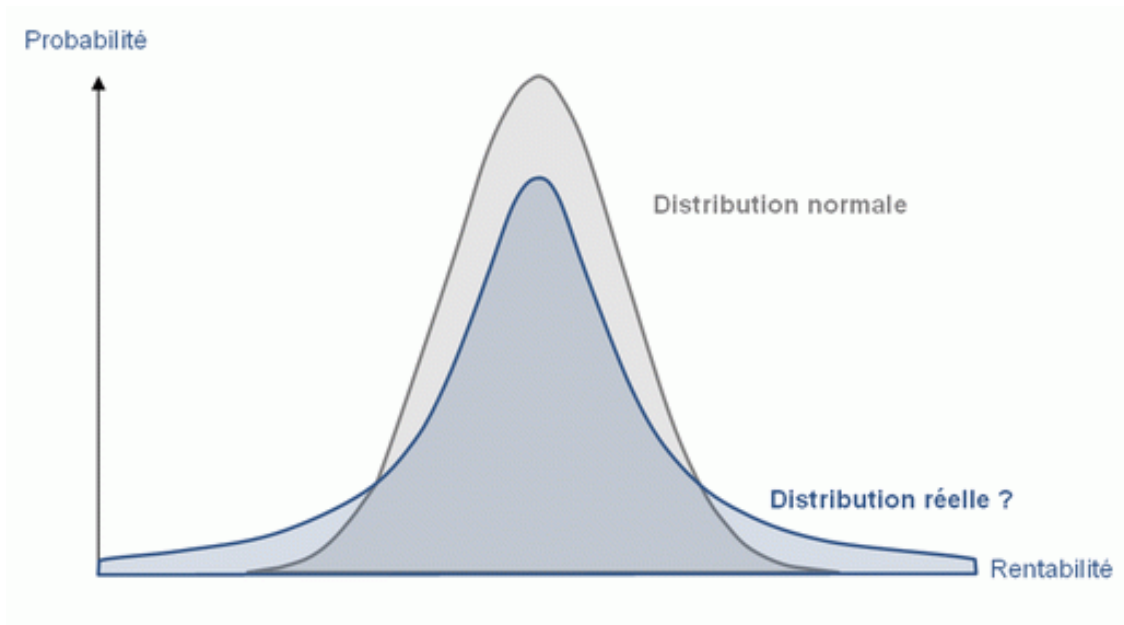
- ✓ Flux futurs liés à l'exercice ou non de l'option ;
- ✓ Variation permanente du risque ;
- ✓ Historiquement, deux grands modèles d'évaluation des options :
 - ✓ Black & Scholes,
 - ✓ Cox, Ross & Rubinstein ;
- ✓ Ajustement ou création de modèles plus évolués par la suite ...
- ✓ Utilisation généralisée de modèles de Monte Carlo pour les options complexes.

- ✓ Etude des différents modèles

- ✓ À voir en détail dans la documentation spécialisée.

- ✓ **Ajustement des défauts des modèles constatés empiriquement**
- ✓ Correction de la loi log-normale support du modèle de Black & Scholes
- ✓ Minoration importante des mouvements extrêmes des cours ;
- ✓ En résumant, le modèle de Black & Scholes exclut presque le risque de krach boursier ;
- ✓ Correction par le smile de volatilité ;

- ✓ Nouveau risque de modèle : les taux d'intérêt négatifs ...



6. GESTION D'UN PORTEFEUILLE D' ACTIONS : LES GRECQUES

6.A. sensibilité d'un portefeuille d'options

✓ Les grecques

- ✓ Indicateurs de sensibilité de la prime d'une option à différents paramètres ;
- ✓ Chaque indicateur mesure la sensibilité de la prime à un paramètre, toutes choses étant égales par ailleurs ;
- ✓ Outils de gestion des risques des positions optionnelles ;

- ✓ On distingue :
- ✓ Le delta ou la sensibilité au sous-jacent ;
- ✓ Le gamma ;
- ✓ Le thêta ;
- ✓ Le vega ;
- ✓ Le rhô.

6. GESTION D'UN PORTEFEUILLE D' ACTIONS : LES GRECQUES

6.B. le delta : la sensibilité au sous-jacent

✓ **définition**

- ✓ Le delta mesure la sensibilité de la prime aux variations de prix du sous-jacent ;
- ✓ Mathématiquement : dérivée de la valeur de l'option par rapport au prix du sous-jacent ;
- ✓ Géométriquement : pente de la tangente du graphique de la valeur du call (du put) en fonction du prix du sous-jacent ;

✓ **La position équivalente à proximité du spot actuel**

- ✓ Delta multiplié par le notionnel = équivalent en sous-jacent d'une position optionnelle :
- ✓ Option de delta 0,5 équivalente à une position en sous-jacent de 0,5 :
- ✓ Achat d'un call sur 10 000 actions France Télécom de delta 0,5 équivalent à une position longue de 5 000 actions ; achat d'un put sur 10 000 actions France Télécom de delta (-0,5) équivalent à la vente de 5 000 actions ;
- ✓ Plus le cours du sous-jacent est élevé, plus le call a de chance d'être exercé, donc plus la position optionnelle ressemble à une position en sous-jacent : le delta d'un call augmente avec le cours du sous-jacent ;
- ✓ Plus le cours du sous-jacent est élevé, moins le put a de chance d'être exercé donc le delta d'un put diminue avec le cours du sous-jacent ;

6. GESTION D'UN PORTEFEUILLE D' ACTIONS : LES GRECQUES

6.B. le delta : la sensibilité au sous-jacent

- ✓ Delta positif pour un call ;
- ✓ Delta négatif pour un put ;
- ✓ Valeur absolue du delta proche de la probabilité d'exercice de l'option (pour une option de durée moyenne et de volatilité moyenne) ;

	« out of the money »	« at the money »	« in the money »
Delta d'un call [0 ; 1]	$0 < \text{delta} < 0,5$	0,5	$0,5 < \text{delta} < 1$
Delta d'un put [-1 ; 0]	$- 0,5 < \text{delta} < 0$	- 0,5	$-1 < \text{delta} < -0,5$

✓ La gestion en delta neutre

- ✓ Gestion en delta neutre : stratégie courante ;
- ✓ Construction d'un portefeuille d'options et de sous-jacent qui tente d'éliminer le risque directionnel lié aux variations de sous-jacent ;

- ✓ Exemple : position vendeuse de 10 000 calls sur France Télécom :
- ✓ Position perdante si le cours de France Télécom monte et gagnante si le cours de France Télécom baisse ;
- ✓ Immunisation du portefeuille par la position inverse sur le sous-jacent c'est-à-dire par achat du sous-jacent Télécom ;
- ✓ Si $\text{delta} = 0,5$, chaque call évoluera de 0,5 euros par euro d'évolution du sous-jacent :
- ✓ Il faut donc acheter $10\,000 \times 0,5$ soit 5 000 actions France Télécom.
- ✓ Portefeuille de vente de 10 000 calls France Télécom + achat de 5 000 actions France Télécom : position delta neutre à l'instant t .

- ✓ Variation du delta en fonction des fluctuations du sous-jacent : nécessité d'ajustements constants de la position du trader pour revenir au delta neutre ;
- ✓ Sensibilité résiduelle du delta à la volatilité implicite et à la durée résiduelle de l'option donc nécessité d'ajustements y compris sans mouvements de sous-jacents.

6. GESTION D'UN PORTEFEUILLE D' ACTIONS : LES GRECQUES

6.C. le gamma : la sensibilité du delta aux variations du cours du sous-jacent

- ✓ **Définition du gamma**
- ✓ Gamma : sensibilité du delta aux variations du sous-jacent ;
- ✓ Dérivée seconde du prix de l'option par rapport au sous-jacent ;
- ✓ Gamma maximal à la monnaie.

SENS DU GAMMA	CALL	PUT
ACHAT DE L'OPTION	GAMMA > 0	GAMMA > 0
VENTE DE L'OPTION	GAMMA < 0	GAMMA < 0

GAMMA POSITIF	Mouvements du sous-jacent favorables ; Stabilité du sous-jacent défavorable (effet thêta)
GAMMA NEGATIF	Stabilité du sous-jacent favorable (effet thêta) ; Mouvements du sous-jacent défavorables

6. GESTION D'UN PORTEFEUILLE D' ACTIONS : LES GRECQUES

6.C. le gamma : la sensibilité du delta aux variations du cours du sous-jacent

- ✓ En résumé, trading delta neutre = jouer la différence entre l'effet passage du temps (« thêta ») et l'effet volatilité (« véga »)

POSITION OPTIONNELLE	GAMMA, THETA, VEGA	ANTICIPATION
ACHAT	GAMMA > 0 THETA < 0 VEGA > 0	Mouvements importants du sous-jacent : l'effet volatilité (+) va plus que compenser l'effet « temps qui passe »
VENTE	GAMMA < 0 THETA > 0 VEGA < 0	Mouvements faibles du sous-jacent : l'effet « temps qui passe » va plus que compenser l'effet volatilité

6. GESTION D'UN PORTEFEUILLE D' ACTIONS : LES GRECQUES

6.D. le thêta : la sensibilité au passage du temps

- ✓ **Définition du thêta**
- ✓ Influence du temps qui passe sur la valeur de l'option ;
- ✓ Thêta souvent exprimé pour une diminution de la durée de l'option de 1 jour ;
- ✓ La valeur de l'option diminue avec le temps qui passe (toutes choses étant égales par ailleurs) ;
- ✓ Plus le temps passe, plus la valeur de l'option diminue vite (un jour a plus d'importance lorsqu'on approche de l'échéance de l'option) : la valeur absolue du thêta augmente avec le temps qui passe ;
- ✓ Thêta d'autant plus important pour les options courtes à la monnaie ;
- ✓ NB : thêta pour le passage d'un week-end trois fois plus important que pour un jour de semaine.

SENS DU THETA	CALL	PUT
ACHAT DE L'OPTION	THETA < 0	THETA < 0
VENTE DE L'OPTION	THETA > 0	THETA > 0

6. GESTION D'UN PORTEFEUILLE D' ACTIONS : LES GRECQUES

6.E. le vega : la sensibilité à la volatilité

- ✓ **Définition du vega**
- ✓ Mesure la sensibilité de la prime de l'option aux variations de la volatilité implicite ;
- ✓ Mathématiquement, dérivée de la valeur de l'option par rapport à la volatilité ;
- ✓ Augmentation de la valeur du call et de la valeur du put quand la volatilité augmente ;
- ✓ Vega du call de strike K = vega du put de strike K ;
- ✓ Vega maximum pour les options de maturité éloignée et les options à la monnaie.
- ✓ Si vega > 0 : le trader est « long de volatilité » ou « long vol » ;
- ✓ Si vega < 0 : le trader est « short de volatilité » ou « short vol ».

SENS DU VEGA	CALL	PUT
ACHAT DE L'OPTION	VEGA > 0	VEGA > 0
VENTE DE L'OPTION	VEGA < 0	VEGA < 0

- ✓ **Définition du rho**
- ✓ Mesure la variation de la prime de l'option pour une variation de 1% du taux sans risque ;
- ✓ Paramètre souvent négligé dans la gestion des risques des positions optionnelles ;
- ✓ Négligeable pour les options courtes, plus déterminant pour les options longues.

Position	Delta	Gamma	Thêta	Vega
Achat de call	+	+	-	+
Vente de call	-	-	+	-
Achat de put	-	+	-	+
Vente de put	+	-	+	-

NB

Seul le delta présente des configurations différentes pour l'achat de call et l'achat de put : pour un trader qui gère sa position en delta neutre, call \Leftrightarrow put.

7. LES OPTIONS EXOTIQUES

7.A. principes de base

- ✓ **options vanille et options exotiques**
- ✓ Développement des options à partir de 1973 avec la proposition par Black & Scholes de la valorisation des options ;
- ✓ Besoins de couverture moins contraignante que les marchés à terme fermes ;
- ✓ Apparition progressive d'options plus complexes, dites « exotiques » ;
- ✓ Déplacement de la frontière entre options vanille et options exotiques à mesure que les options exotiques se banalisent ;
- ✓ Valorisation des options exotiques complexe : Black & Scholes pas adaptée, utilisation de la méthode de Monte Carlo c'est-à-dire de tirages aléatoires pour réaliser le calcul déterministe du prix de l'option.
- ✓ Notion de « pay-off » : formule décrivant le résultat de l'option suivant les différentes configurations de marché.

- ✓ **Traditionnellement, deux grandes familles**
- ✓ Les options dites « non-path-dependent » : celles dont la valeur finale ne dépend pas du chemin suivi par le cours du sous-jacent pendant toute la durée de vie de l'option ;
- ✓ Les options dites « path-dependent » : celles dont le prix dépend du chemin suivi par le cours du sous-jacent pendant toute la durée de vie de l'option ;

7. LES OPTIONS EXOTIQUES

7.B. les options binaires

- ✓ « option binaire » ou « option digitale » ou « bet option » ou « all or nothing » ;
- ✓ Pay-off : une somme fixe si le cours du sous-jacent atteint ou franchit le strike ;

- ✓ Donc deux possibilités lors de l'exercice :
- ✓ Soit le strike est atteint et le pay-off = somme fixée ;
- ✓ Soit le strike n'est pas atteint et le pay-off = 0 ;

- ✓ Option binaire américaine et option binaire européenne :
- ✓ Cas d'une option binaire américaine : option « one touch » : il suffit que le strike soit atteint une seule fois, pendant toute la durée de l'option, pour que la somme soit payée ;
- ✓ Cas d'une option binaire européenne : il faut que le strike soit atteint au moment de l'échéance (la date d'exercice) pour que la somme soit payée ;
- ✓ Conséquence : options binaires européennes beaucoup moins chères que options binaires américaines.

- ✓ Facilité de pricing mais difficulté de couverture compte tenu de leur discontinuité.

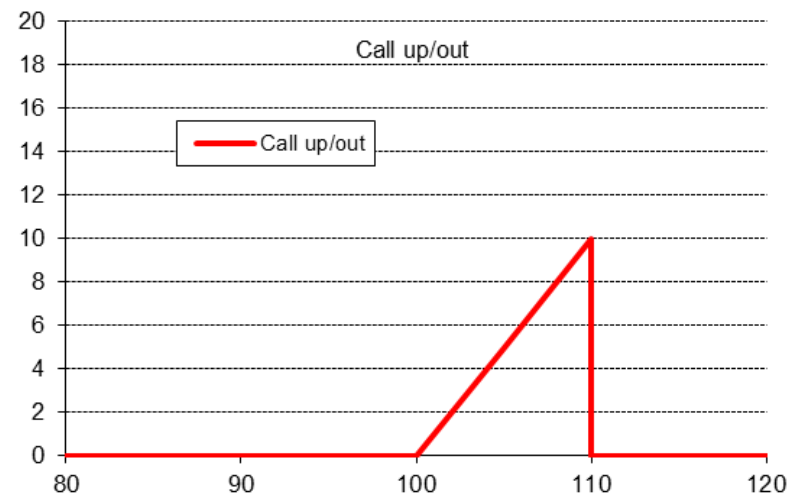
Le principe du seuil atteint

- ✓ Options dont « l'activation » ou « la désactivation » est conditionnée par l'évolution du cours du sous-jacent par rapport à un ou plusieurs seuils ;
- ✓ Cette activation (désactivation) peut être définitive ou limitée à chaque période de l'option, avec des périodes indépendantes (ex. : activation sur une période, pas sur la deuxième,) ;

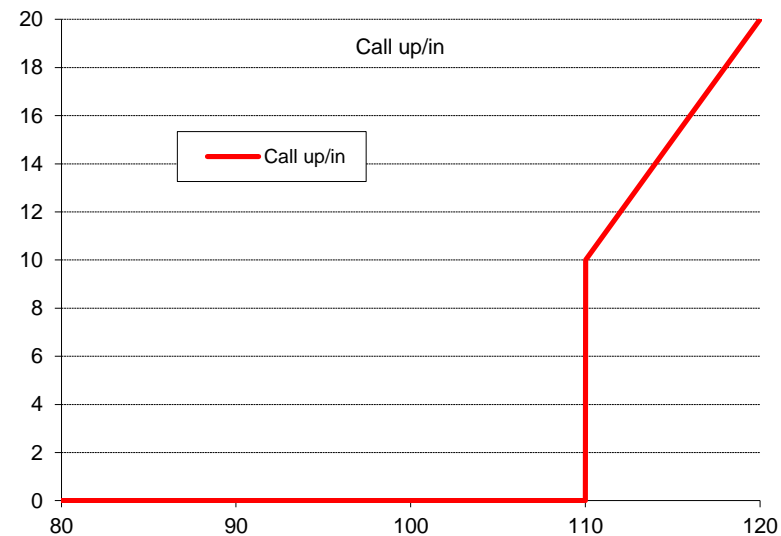
Activation et désactivation

- ✓ Options à barrière désactivante (« knock-out ») : options classiques qui disparaissent si le cours du sous-jacent atteint un seuil prédéterminé pendant une période de référence ;
- ✓ Option down and out si la barrière est atteinte par une baisse du cours du sous-jacent ;
- ✓ Option up and out si la barrière est atteinte par une hausse du cours du sous-jacent ;
- ✓ Options à barrière activante (« knock-in ») : options qui n'existent que si le cours du sous-jacent atteint un certain seuil fixé à l'avance pendant la période de référence ;
- ✓ Option down and in si la barrière est atteinte par une baisse du cours du sous-jacent ;
- ✓ Option up and in si la barrière est atteinte par une hausse du cours du sous-jacent ;
- ✓ Prime plus faible que celle de l'option vanille offrant le même pay-off (période d'activation δ_3) ;

Exemple d'un call 100 désactivant à 110



Exemple d'un call 100 activant à 110



Principe

- ✓ Achat de l'option look-back :
- ✓ Pour un call : permet d'acheter le sous-jacent sur la base d'un prix d'exercice correspondant au plus bas des cours pendant la durée de vie de l'option ;
- ✓ Pour un put : permet de vendre le sous-jacent sur la base d'un prix d'exercice correspondant au plus haut des cours pendant la durée de vie de l'option ;

Conséquence sur le prix

- ✓ Prime très chère car l'acheteur de l'option est certain d'obtenir le meilleur prix pour lui, durant tout la durée de vie de l'option ;

Moyenne sur le prix et moyenne sur le strike

- ✓ **APO (Average Price Option)** : option à moyenne sur le prix : option européenne donnant droit à son détenteur de recevoir à l'échéance la différence positive entre le prix d'exercice de cette option et la moyenne arithmétique des cours du sous-jacent ;
- ✓ **ASO (Average Strike Option)** : option à moyenne sur le strike : option donnant droit à son détenteur d'acheter le sous-jacent à échéance à un prix fondé sur la moyenne des cours du sous-jacent à date fixe pendant la vie de l'option ;

Intérêt des options asiatiques

- ✓ Options asiatiques moins chères que les options vanille ;
- ✓ Lissage du pay-off en figeant des cours du sous-jacent pendant la durée de vie de l'option contrairement aux options vanille dont le résultat est exposé à un mouvement brutal du cours à l'échéance ;
- ✓ Utilisation pour la construction de produits dérivés sur actions pour lisser un mouvement violent ; pour augmenter l'index de participation aux variations du sous-jacent (effet de levier du fait de l'économie réalisée) ;
- ✓ Utilisation en couverture sur le change ou sur les taux pour couvrir des flux quotidiens.

- ✓ Mêmes caractéristiques de remboursement à l'échéance que les options standards ;
- ✓ Actif sous-jacent composé d'un panier (« basket ») de plusieurs actifs ;
- ✓ Équ pondération ou pondération différente de chaque actif à l'intérieur du panier ;
- ✓ Valeur de l'option dépendante de la corrélation entre les actifs et la volatilité ;
- ✓ Plus la corrélation forward est élevée, plus le prix de l'option sera élevé car les sous-jacents auront tendance à augmenter et à diminuer ensemble, d'où une plus grande variation du panier).