TD2 : Accumulation de capital et croissance économique.

[Les graph' ne sont pas entiers pour des raisons de précisions et confort visuel.]

Exercice 1 :

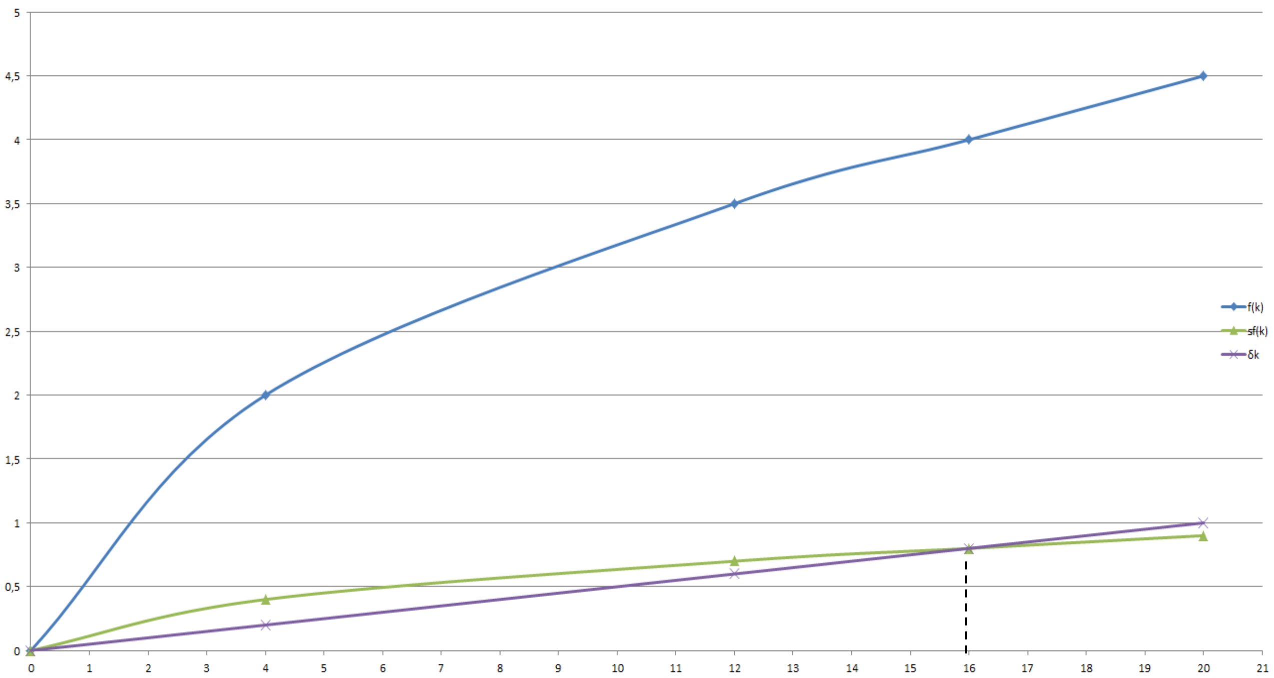
1)
$$\frac{Y}{L} = \frac{K^{1/2} \times L^{1/2}}{L} = K^{1/2} \times \frac{L^{1/2}}{L} = K^{1/2} \times L^{-1/2} = K^{1/2} \times \frac{1}{L^{1/2}} = \frac{K^{1/2}}{L^{1/2}} = (\frac{K}{L})^{1/2}$$
$$\Leftrightarrow y = k^{1/2} = \sqrt{k}$$

2)

k	$y = k^{\frac{1}{2}}$	$c = y - i$	$i = sf(k)$	δk	Δk
0	0	0	0	0	0
4	2	1,6	0,4	0,2	0,2
12	3,5	2,8	0,7	0,6	0,1
16	4	3,2	0,8	0,8	0
20	4,5	3,6	0,9	1	-0,1
36	6	4,8	1,2	1,8	-0,6

$$On\ a\ c = (1 - s)y$$
$$\Leftrightarrow c = (1 - s)y$$
$$\Leftrightarrow c = \frac{C}{L}\ \ et\ \ y = \frac{Y}{L}$$

3)



Parce que la pente de f(k) est la PmK.
[Je n'avais pas la réponse à cette question dans ma correction, on a dû la faire à l'oral.]

4)
a) $C = (1 - s)Y$
$\Leftrightarrow \frac{C}{L} = (1 - s)\frac{Y}{L}$
$\Leftrightarrow c = (1 - s)y$

b) On a à l'équilibre $Y = C + S$ où $S = I$.
c) $Y = C + I$
$\Leftrightarrow I = Y - C$ Avec $C = (1 - s)Y$
$\Leftrightarrow I = Y - (1 - s)Y$ On développe.
$\Leftrightarrow I = Y - Y + SY$
$\Leftrightarrow I = SY$
$\Leftrightarrow \frac{I}{L} = s \times \frac{Y}{L}$
$\Leftrightarrow i = sy$

5)
a) $\delta = \frac{1}{20} = 0{,}05$

7)
a) $k^* = 16$; c'est l'intersection de $sf(k)$ et δk, à savoir [16 ; 0,8].
b) 16 ; $i = 0{,}8$ et $\delta k = 0{,}8$ avec $c^* = 3{,}2$ et $y^* = 4$; et l'état stationnaire est de 0.
c) $sf(k^*) = \delta k^*$
$\Leftrightarrow y = \frac{\delta k^*}{s^*}$
$\Leftrightarrow k^{1/2} = \frac{0{,}8}{0{,}2}$
$\Leftrightarrow \sqrt{k^*} = 4$
$\Leftrightarrow k^* = 4^2 = 16$

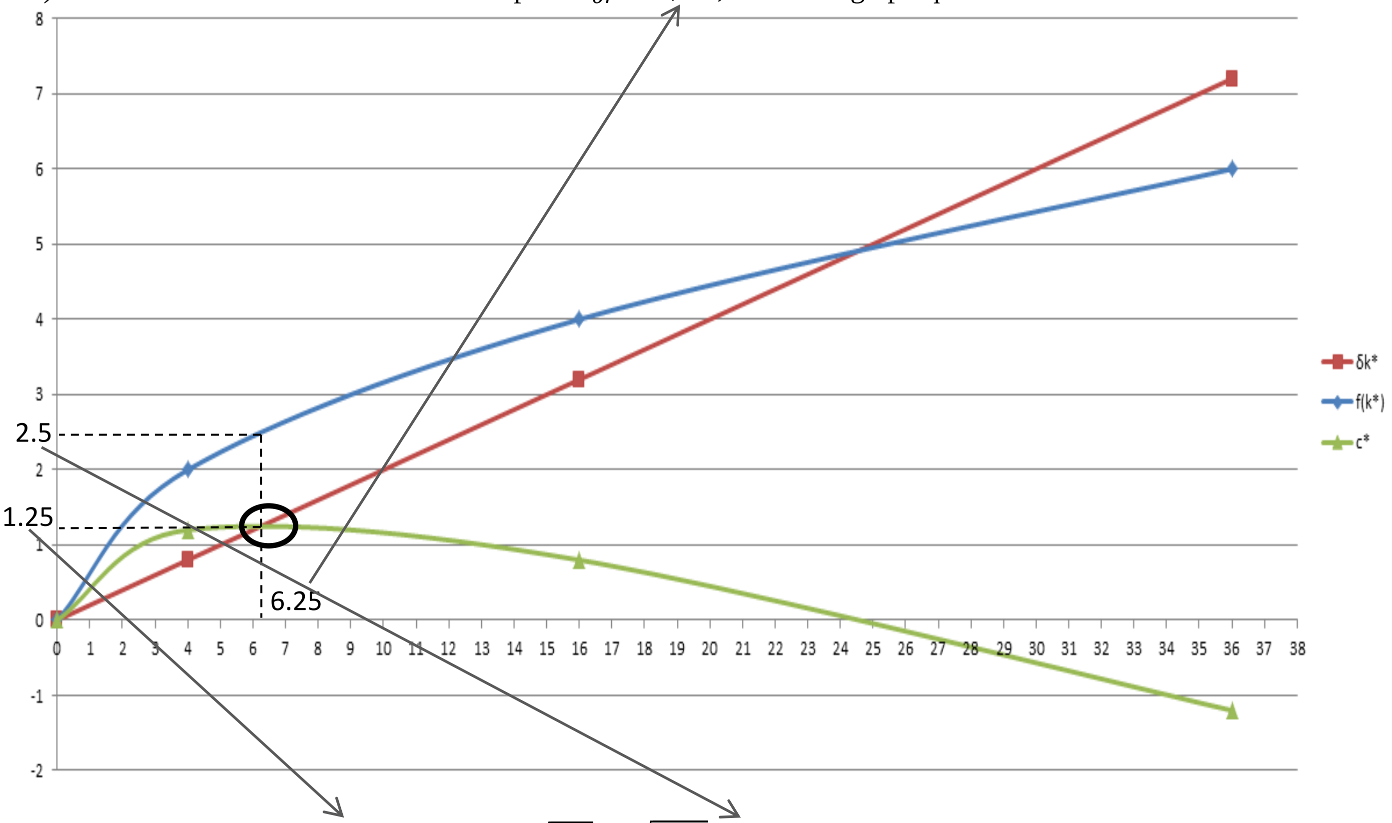
8) Si s augmente alors k^* augmente. (Déplacement de la courbe vers la droite.)
Pour le « commentez », on l'a certainement fait à l'oral aussi. Ce qui est sûr c'est qu'un bon taux d'épargne permet une meilleure croissance contrairement à un taux d'épargne faible. Car si il y a de l'épargne, il y a investissement.

Exercice 2 :

1)

k	$y = k^{\frac{1}{2}}$	δk	$c = y - \delta k$	$i = \delta k$
0	0	0	0	0
4	2	0,8	1,2	0,8
16	4	3,2	0,8	3,2
36	6	7,2	-1,2	7,2
64	8	12,8	-4,8	12,8
100	10	20	-10	20
121	11	24,2	-13,2	24,2
144	12	28,8	-16,8	28,8

2) La consommation c^* est au maximum pour $k^*_{or} = 6{,}25$; on le voit graphiquement.



3) $\delta k^*_{or} = 0{,}2 \times 6{,}25 = 1{,}25$ / $f(k^*_{or}) = \sqrt{k^*_{or}} = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$
Si vous regardez le graphique, vous verrez que ça correspond.
Déterminer k^*_{or} en calculant :
On sait qu'à la règle d'or, la pente de δk est égale à celle de $f(k)$.
La pente d'une courbe/droite est sa dérivée, ça veut dire qu'à la règle d'or :
[Rappel : δ est une constante et k une variable et $x^a = y \Leftrightarrow x = y^{\frac{1}{a}}$.]

$(\delta k_{or})' = [f(k_{or})]' \Leftrightarrow (\delta k_{or})' = (k_{or}^{\frac{1}{2}})$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\delta = \frac{1}{2} k_{or}^{-\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow k_{or}^{-\frac{1}{2}} = 2\delta \Leftrightarrow k_{or} = (2\delta)^{-2} \Leftrightarrow k_{or} = (2 \times 0{,}2)^{-2} \Leftrightarrow k_{or} = 6{,}25$$

$$sf(k^*_{or}) = \delta k^*_{or} \Leftrightarrow s = \frac{f(k^*_{or})}{\delta k^*_{or}} \Leftrightarrow s = \frac{2{,}5}{1{,}25} \Leftrightarrow s = 0{,}5$$

4) Le taux d'épargne est plus élevé que dans l'exercice 1, où il était de 0,2.
Le taux d'épargne dans l'exercice 1 n'était pas assez élever pour atteindre k_{or}^* et donc maximiser la consommation.

5)

a) $Pmk = \frac{dy}{dk} = \left(k^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}k^{-\frac{1}{2}} = \delta$

[Regarde la page précédente tous en bas, ce qui est en gras si tu ne vois pas pourquoi.]