Choix Intertemporels et dans l'Incertain

3: Aversion pour le risque et indice d'Arrow-Pratt

Fabian Gouret

https://sites.google.com/site/fabgouret/

October 24, 2012

Table of contents

1. Introduction

- Dans ce chapitre, nous allons mieux définir l'aversion pour le risque.
- On a vu dans le chapitre précédent qu'elle était liée à la prime de risque.
- On va le démontrer formellement.
- On obtiendra l'approximation d'Arrow-Pratt de la prime de risque.
- On verra qu'elle est liée au degré absolu d'aversion au risque.
- On pourra comparer l'aversion pour le risque de différents décideurs en comparant leur degré absolu d'aversion au risque.
- Le plus averse sera celui qui est prêt à payer la prime de risque la plus élevée.

2. Approximation d'Arrow-Pratt

- L'approximation d'Arrow-Pratt de la prime de risque est donnée par:

$$\pi \simeq -\frac{V(W)}{2} \times \frac{u''(\mathbb{E}(W))}{u'(\mathbb{E}(W))} \tag{1}$$

- D'ou vient cette relation?

- on a:

$$\mathbb{E}[u(W)] = u[E(W) - \pi] \tag{2}$$

- Nous allons effectuer une approximation de cette relation en réalisant un développement limité des membres de gauche et de droite...
- Approximation de Taylor (2eme ordre) autour du point m, l'espérance de W.

$$u(W) \simeq u(m) + (W - m)u'(m) + \frac{(W - m)^2}{2} u''(m)$$

- on remarque que $\mathbb{E}(W) = m$, donc $\mathbb{E}(W - m) = 0$
- on remarque aussi que $\mathbb{E}(W - m)^2 = \mathbb{V}(W)$, donc

$$\mathbb{E}[u(W)] \simeq u(\mathbb{E}(W)) + \frac{\mathbb{V}(W)}{2} u''(\mathbb{E}(W))$$

- Pour le membre de droite de l'équation 2, on effectue une approximation de Taylor de premier ordre au voisinage de $\pi = 0$:

$$u[\mathbb{E}(W) - \pi] \simeq u(\mathbb{E}(W)) - \pi u'(\mathbb{E}(W))$$

- En égalisant les approximations on trouve bien:

$$\pi = -\frac{V(W)}{2} \times \frac{u''(\mathbb{E}(W))}{u'(\mathbb{E}(W))} \tag{3}$$

Propriétés

Quand les préférences sont concaves ($u'' < 0$), la prime de risque est positive.
Plus la variance est forte, plus la prime de risque est élevée.

Définition

Pour une richesse donnée w, le terme $IAAR = -\frac{u''(w)}{u'(w)}$ est appelé l'indice absolu d'aversion au risque.

Remarques

$IAAR = -\frac{u''(w)}{u'(w)}$ mesure le degré de concavité de u au voisinage de w.

L'individu i est plus averse au risque que l'individu j si $IAAR_i > IAAR_j$ pour tout niveau de richesse $w \in W$.

Remarques

Certaines fonctions d'utilité sont appelées CARA (constant absolute risk aversion) car $IAAR$ est une constante et ne dépend pas de w:
Les fonctions d'utilité exponentielles négatives:

$$u(w) = -e^{-\alpha w}$$

Et évidemment les fonctions d'utilité affine:

$$u(w) = aw$$

Définition

Pour une richesse donnée w, le terme $IRAR = -\frac{u''(w)}{u'(w)}w$ est appelé le degré relatif d'aversion au risque.

Remarques

Certaines fonctions d'utilité sont appelées CRRA (constant relative risk aversion) car $IRAR$ est une constante et ne dépend pas de w:
Les fonctions d'utilité logarithmiques:

$$u(w) = \ln(w)$$

Les fonctions d'utilité puissances du type:

$$u(w) = w^{\beta} \text{ avec logiquement } \beta \in (0, 1)$$