CC 1 2015

UNIVERSITE DE CERGY PONTOISE

Licence 2ème année

ALGEBRE LINEAIRE

Durée : 1h30

Enseignant responsable : ANDRIANASITERA

EXERCICE 1(4pts) : Résoudre par la méthode du pivot de Gauss le système suivant :

$$\begin{cases} x-y+z+t=0 \\ -2x+3y-z+4t=4 \\ y+z-t=2 \\ -x+2y-z+4t=5 \end{cases}$$

EXERCICE 2(8pts)

On considère la matrice $M=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1) Justifier que la matrice $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sont inversibles et calculer A^{-1} et B^{-1} par la méthode du pivot.

2)Calculer M^{-1} en utilisant la méthode des blocs .(On décomposera M en 4 blocs)Dans cette question vous devez préciser toutes les démarches utilisées pour en arriver au résultat final.

EXERCICE 3 (3pts)

Calculer les déterminants suivants en précisant les valeurs de x qui annulent le deuxième déterminant:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & -x & 0 \\ -x & 1 & -0 \\ 0 & -x & 1 \end{vmatrix}$$

EXERCICE 4 (5pts) Soients les matrices suivantes : $M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1)Calculer M^2 , M^3 et $(I-M)^3$.

2)Exprimer $(I-M)^3$ sous la forme d'un polynôme matriciel et en déduire que la matrice M est inversible et calculer l'inverse de M **sans passer ni par la méthode du Pivot ni par la méthode des cofacteurs**