

**Contrôle Continu d'Econométrie**  
**Jeudi 13 novembre 2014**

Enseignants : Maëlys de la Rupelle et Andreas Heinen

Durée : 45 mn

Les calculatrices (non programmables) sont autorisées ; les calculatrices programmables ne sont pas autorisées.

Quelques approximations utiles:

$$\Phi(-2,58)=1\%$$

$$\Phi(-1,96)=2,5\%$$

$$\Phi(-1,645)=5\%$$

$$\Phi(-1,28)=10\%$$

**Exercice 1 (12 pts)**

En 1924, le cartel des fabricants d'ampoules édite une charte qui stipule qu'il ne peut pas être fabriqué d'ampoules ayant une durée de vie supérieure à 1000 heures.

Le cartel crée aussi un organisme chargé de vérifier la durée de vie des ampoules et fait payer une amende s'il suspecte qu'une entreprise produit des ampoules dont la durée de vie (notée  $X$ ) est supérieure à 1000 heures.

Supposons que la technologie de production des ampoules est telle que :

- un fabricant peut programmer la durée de vie de l'ampoule qu'il fabrique,  $\mu_x$
- l'écart type de la durée de vie des ampoules est toujours le même, à savoir  $\sigma_x = 200$  heures.

Une entreprise, E. Reka, prétend, dans ses publicités, produire des ampoules qui durent plus longtemps que toutes les autres. Le cartel suspecte l'entreprise E. Reka de ne pas respecter la charte.

a) Quel est le meilleur estimateur linéaire sans biais de la durée de vie des ampoules ? Caractériser sa distribution d'échantillonnage (moyenne, variance, loi suivie) pour un échantillon de taille  $n$ .

b) Le cartel veut tester l'hypothèse nulle « La durée de vie est égale à 1000 heures », contre l'hypothèse alternative « La durée de vie est supérieure à 1000 heures ». Le cartel décide que l'entreprise paiera une amende si la durée de vie moyenne observée dans un échantillon est supérieure ou égale à 1051,6 heures.

Le cartel analyse un échantillon aléatoire de 100 ampoules fabriquées par l'entreprise E. Reka; Quel est le seuil de signification du test (i.e. son risque de première espèce) ?

c) Un ingénieur de l'entreprise E. Reka vous révèle que l'entreprise a en fait enfreint les règles du cartel, et que les ampoules produites ont une durée de vie moyenne de 1026 heures. Calculez la puissance du test.

d) Pour avoir plus de chance de sanctionner les entreprises qui ne respectent pas sa charte, le cartel a-t-il intérêt à augmenter ou à diminuer le seuil de signification du test?

**Exercice 2. (8 pts)**

On veut exprimer le poids des enfants à la naissance en fonction du nombre de cigarettes fumées, et on écrit le modèle suivant :

$$\text{poids} = \beta_0 + \beta_1 \text{cigarettes} + \varepsilon$$

En utilisant les données provenant d'un échantillon de 1388 femmes américaines, on régresse le poids des enfants à la naissance sur le nombre de cigarettes fumées chaque jour pendant la grossesse par la mère.

La somme des carrés des résidus est égale à 451,3.

- a) Ecrivez l'expression de l'écart type empirique du poids des enfants à la naissance.
- b) Ecrivez l'expression de  $\widehat{\beta}_1$ .
- c) Sachant que l'écart type empirique du nombre de cigarettes est de 5.97 cigarettes par jour, que l'écart type empirique du poids à la naissance est de 0.577 kg, et que le coefficient de corrélation entre le nombre de cigarettes fumées par la mère pendant la grossesse et le poids de l'enfant à la naissance est de -0.15, calculez  $\widehat{\beta}_1$ .
- d) Calculez le R-carré et l'erreur-type de la régression (aussi appelée SER ou écart type de la régression) après en avoir donné les formules.