

L2 Gestion, 2014 - 2015

Statistiques

Contrôle du 04 mars 2015

Durée : 1h30

Les réponses devront être soigneusement argumentées et justifiées. Vous pourriez vous servir de la table de la loi normale se trouvant au verso de cette page.

Exercice 1

Pour un grand magasin donné, on désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de personnes entrant dans le magasin par jour et par Y le nombre de personnes effectuant un achat ce même jour. D'autre part, la probabilité qu'une personne entrée dans le magasin effectue un achat est $p \in [0, 1]$. On suppose les comportements de ces individus indépendants les uns des autres et que X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$.

1. Rappeler pour tout $k \in \mathbb{N}$, $P(X = k)$ puis $E(X)$ et $Var(X)$.
2. (a) Déterminer $Y(\Omega)$.
(b) Déterminer pour tout $(n, k) \in \mathbb{N}^2$, $P(Y = k/X = n)$. On distinguera les cas $k \leq n$ et $k > n$.
3. Pour tout $k \in \mathbb{N}$, exprimer $P(Y = k)$ en fonction des probabilités de réalisation de X et de Y/X .
On suppose dans la suite que Y suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda \times p$.
4. Pour un jour donné, quelle est la probabilité qu'il y ait au moins un achat?
5. On désigne par Z la variable aléatoire égale au nombre de personnes entrant dans le magasin mais n'effectuant pas d'achat dans celui-ci. Déterminer $E(Z)$.

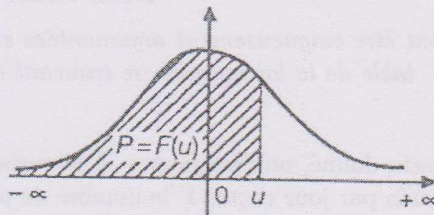
Exercice 2

Soit X une variable aléatoire de loi $\mathcal{U}[0, 1]$. Calculer (i) $E(e^X)$; (ii) $E(X^k)$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.

Exercice 3

1. Une entreprise souhaite fixer le prix de location hebdomadaire des voitures. Un responsable de l'entreprise estime que le coût hebdomadaire occasionné par une voiture est distribué suivant une loi normale de moyenne 150 (€) et d'écart-type 25 (€). Si l'entreprise fixe le prix de location hebdomadaire à 200 (€) ; quelle est la probabilité que le coût occasionné par une voiture excède le prix de location?
2. Dans une parfumerie, des études ont montré que les achats (en €) effectués sont (approximativement) distribués selon une loi normale $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$. On sait aussi qu'environ 30,85% des achats sont inférieurs à 50 € et que 66,87% sont compris entre 50 et 100 €.
 - (a) Déterminer l'espérance m et l'écart-type σ .
 - (b) Dans le cadre d'une campagne promotionnelle, une remise va être accordée aux clients dont le montant des achats est suffisamment élevé. A partir de quel montant faut-il attribuer cette remise si 5% des clients doivent en bénéficier en moyenne?

Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite
 Probabilité $F(u)$ d'une valeur inférieure à u



u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Tables pour les grandes valeurs de u

u	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$F(u)$	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997