Université de Cergy-Pontoise
Cours de Probabilités
I. Chérif
L2 Eco-Gestion

TD 4

Exercice 1 :

Déterminer l'ensemble fondamental puis calculer son cardinal pour chacune des épreuves aléatoires suivantes :

1) Jet d'une pièce de monnaie.
2) Lacer d'un dé cubique à 6 faces numérotées de 1 à 6.
3) Tirage simultané de k boules dans une urne contanant n boules ($n \geq k$).
4) Tirage une à une et sans remise de k boules dans une urne contanant n boules ($n \geq k$).
5) Tirage une à une et avec remise de k boules dans une urne contanant n boules.
6) Jet d'une pièce de monnaie jusqu'à l'obtention de "pile" pour la première fois, en comptant le nombre de jets.
7) Durée de vie d'un livre de maths.
8) Jet de deux dés de tailles (ou couleurs , ...) différentes.
9) Jet de deux dés parfaitement identiques.

Exercice 2 :

On extrait au hasard, un jeton d'une urne contenant 9 jetons numérotés de 1 à 9.

1) Déterminer l'ensemble fondamental associé à cet épreuve aléatoire.
2) Décrire en extension les événements suivants :

A : "le numéro sorti est un entier pair".
B : "le numéro sorti est un multiple de 3".

3) Décrire en compréhension (par une phrase) et en extention les événements suivants :

$\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{A} \cap B$, $A \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$.

Exercice 3 :

Soit $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ un espace probabilisé.

1) Montrer que $P(\emptyset) = 0$.
2) Soit $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ $(A \subset \Omega)$.
Montrer que $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
3) Soit $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ et $B \in \mathcal{P}(\Omega)$ avec $A \subset B$.
Montrer que : $P(A) \leq P(B)$ et $P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$.
4) Soit $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ et $B \in \mathcal{P}(\Omega)$.
Montrer que : $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$
5) Soit $A \in \mathcal{P}(\Omega)$, $B \in \mathcal{P}(\Omega)$ et $C \in \mathcal{P}(\Omega)$ trois événements deux à deux incompatibles.
Montrer que : $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$.
6) Soit $A \in \mathcal{P}(\Omega)$, $B \in \mathcal{P}(\Omega)$.
Montrer que : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
7) Soit $A \in \mathcal{P}(\Omega)$, $B \in \mathcal{P}(\Omega)$ et $C \in \mathcal{P}(\Omega)$.
Montrer que :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C).$$