

TD 2

**Exercice 1 :** 1) Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|$ . Montrer que  $f$  est une application qui n'est ni injective, ni surjective ni bijective.

2) Soit  $g : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|$ . Montrer que  $g$  est une application injective qui n'est ni surjective ni bijective.

3) Soit  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+, x \mapsto |x|$ . Montrer que  $h$  est une application surjective qui n'est ni injective ni bijective.

4) Soit  $\sigma : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+, x \mapsto |x|$ . Montrer que  $\sigma$  est une application bijective.

**Exercice 2 :** Soit  $E = \{a, b, c\}$  et  $F = \{1, 2, 3\}$ .

1) Soit  $f : E \rightarrow F$  t.q.  $f(a) = 2$  et  $f(b) = 1$ .  $f$  est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

2) Soit  $g : E \rightarrow F$  t.q.  $g(a) = \{1, 2\}, g(b) = 3$  et  $g(c) = 3$ .  $g$  est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

3) Soit  $h : E \rightarrow F$  t.q.  $h(a) = 2, h(b) = 1$  et  $h(c) = 2$ .  $h$  est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

**Exercice 3 :** Soit  $E = \{a, b\}$  et  $F = \{1, 2, 3\}$ .

Soit  $f : E \rightarrow F$  t.q.  $f(a) = 2$  et  $f(b) = 1$ .  $f$  est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

**Exercice 4 :** Soit  $E = \{a, b, c\}$  et  $F = \{1, 2\}$ .

Soit  $f : E \rightarrow F$  t.q.  $f(a) = 2, f(b) = 1$  et  $f(c) = 2$ .  $f$  est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

**Exercice 5 :** 1) Soit  $E = \{a, b, c\}$  et  $F = \{1, 2\}$ . Peut-on construire une application injective  $f : E \rightarrow F$ .

2) Soit  $E = \{a, b\}$  et  $F = \{1, 2, 3\}$ . Peut-on construire une application surjective  $f : E \rightarrow F$ .

3) Soit  $E = \{a, b, c\}$  et  $F = \{1, 2, 3\}$ . Construire une application bijective  $f : E \rightarrow F$ .

**Exercice 6 :** Soit  $E$  un ensemble. On dit que  $E$  est un ensemble fini si :

il existe un entier naturel  $n$  et il existe une application bijective de  $[[1, n]]$  vers  $E$ . ( $n$  est le nombre d'élément de  $E$ ). On note  $n = \text{card}(E)$ .

On rappelle que si  $A$  et  $B$  sont deux sous-ensembles de  $E$  disjoints ( $A \subset E, B \subset E$  avec  $A \cap B = \emptyset$ ) alors  $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$ .

1) Soit  $A$  un sous-ensemble de  $E$ . Montrer que :  $\text{card}(\bar{A}) = \text{card}(E) - \text{card}(A)$ .

2) Soit  $A$  et  $B$  deux sous-ensembles de  $E$ . Montrer que :  
 $\text{card}(B) = \text{card}(B \setminus A) + \text{card}(A \cap B)$ .

En déduire que :  $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$ .

3) Soit  $A, B$  et  $C$  trois sous-ensembles de  $E$ . Montrer que :

$$\text{card}(A \cup B \cup C) =$$

$$\text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(A \cap C) - \text{card}(B \cap C) + \text{card}(A \cap B \cap C)$$