

Exercice 1 : 1) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|$. Montrer que f est une application qui n'est ni injective, ni surjective ni bijective.

2) Soit $g : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|$. Montrer que g est une application injective qui n'est ni surjective ni bijective.

3) Soit $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+, x \mapsto |x|$. Montrer que h est une application surjective qui n'est ni injective ni bijective.

4) Soit $\sigma : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+, x \mapsto |x|$. Montrer que σ est une application bijective.

Exercice 2 : Soit $E = \{a, b, c\}$ et $F = \{1, 2, 3\}$.

1) Soit $f : E \rightarrow F$ t.q. $f(a) = 2$ et $f(b) = 1$. f est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

2) Soit $g : E \rightarrow F$ t.q. $g(a) = \{1, 2\}, g(b) = 3$ et $g(c) = 3$. g est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

3) Soit $h : E \rightarrow F$ t.q. $h(a) = 2, h(b) = 1$ et $h(c) = 2$. h est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

Exercice 3 : Soit $E = \{a, b\}$ et $F = \{1, 2, 3\}$.

Soit $f : E \rightarrow F$ t.q. $f(a) = 2$ et $f(b) = 1$. f est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

Exercice 4 : Soit $E = \{a, b, c\}$ et $F = \{1, 2\}$.

Soit $f : E \rightarrow F$ t.q. $f(a) = 2, f(b) = 1$ et $f(c) = 2$. f est-elle une application ? injection ? surjection ? bijection ?

Exercice 5 : 1) Soit $E = \{a, b, c\}$ et $F = \{1, 2\}$. Peut-on construire une application injective $f : E \rightarrow F$.

2) Soit $E = \{a, b\}$ et $F = \{1, 2, 3\}$. Peut-on construire une application surjective $f : E \rightarrow F$.

3) Soit $E = \{a, b, c\}$ et $F = \{1, 2, 3\}$. Construire une application bijective $f : E \rightarrow F$.

Exercice 6 : Soit E un ensemble. On dit que E est un ensemble fini si :

il existe un entier naturel n et il existe une application bijective de $[[1, n]]$ vers E . (n est le nombre d'élément de E). On note $n = \text{card}(E)$.

On rappelle que si A et B sont deux sous-ensembles de E disjoints ($A \subset E, B \subset E$ avec $A \cap B = \emptyset$) alors $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$.

1) Soit A un sous-ensemble de E . Montrer que : $\text{card}(\bar{A}) = \text{card}(E) - \text{card}(A)$.

2) Soit A et B deux sous-ensembles de E . Montrer que :
 $\text{card}(B) = \text{card}(B \setminus A) + \text{card}(A \cap B)$.

En déduire que : $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$.

3) Soit A, B et C trois sous-ensembles de E . Montrer que :

$$\text{card}(A \cup B \cup C) =$$

$$\text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(A \cap C) - \text{card}(B \cap C) + \text{card}(A \cap B \cap C)$$