

Test d'admission au Master ESMA

Durée : 2 heures

*N.B. : Chaque partie doit être traitée sur une feuille séparée*

## Partie 1 – Mathématiques :

**Exercice 1:** Soit  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par :  $f(x, y) = x^2 - 2x + xy + y^2$

- 1) Calculer les dérivées partielles premières et secondes de  $f$ .
- 2) Déterminer les points critiques éventuels de  $f$ .
- 3) Etudier la nature des extrema éventuels de  $f$ .

**Exercice 2:** On considère les deux matrices carrées suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad P = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- 1) Montrer que  $P$  est inversible et calculer  $P^{-1}$ .
- 2) Calculer  $D = P^{-1}AP$ .
- 3) Pour  $n \in \mathbb{N}^*$ , calculer  $D^n$  puis en déduire  $A^n$ .
- 4) Calculer  $A^2 - 2A$ .
- 5) En déduire que  $A$  est inversible ainsi que le calcul de  $A^{-1}$ .
- 6) En déduire alors la résolution du système linéaire d'inconnues  $x$  et  $y$  :

$$\begin{cases} 3x + 5y = a \\ x - y = b \end{cases}$$

$a, b$  étant deux paramètres réels.

## Partie 2 – Statistique :

**Exercice 1:** Le concours d'accès à un établissement de formation porte sur une épreuve de statistique. Les candidats qui se sont présentés à ce concours se répartissent, en fonction des notes obtenues à cette épreuve, de la manière suivante :

Classes de notes	[1,5[	[5,9[	[9,11[	[11,13[	[13,17[
Effectifs	28	49	62	45	16

- 1) Calculer la note moyenne des candidats.
- 2) Calculer l'écart-type associé.
- 3) Calculer la médiane  $\mu$ . Interpréter.

**Exercice 2:** Le Soit  $X$  une variable aléatoire continue dont la densité de probabilité est donnée

$$\text{par : } f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$k$  étant une constante réelle.

- 1) Calculer la constante  $k$ .
- 2) Calculer l'espérance mathématique et la variance de  $X$ .
- 3) Déterminer la fonction de répartition.

## Partie 3 – Microéconomie :

### Questions :

- 1) Expliquez ce qu'on entend par le principe du « raisonnement à la marge » et quel est son intérêt dans la théorie du consommateur ?
- 2) Expliquez l'intérêt de la courbe d'Engel dans l'analyse économique.

### Exercice :

Soit la fonction d'utilité :  $U(X, Y) = 3X^{2/3} \cdot Y^{1/3}$

- 1- Déterminez les fonctions de demande de X et de Y
- 2- Calculez et interprétez l'élasticité prix du bien X et l'élasticité croisée du bien Y.
- 3-  $P_x = 2$ ,  $P_y = 1$  et  $R = 30$ , déterminez les quantités optimales, sachant que  $P_x$  est le prix du bien X,  $P_y$  est le prix du bien Y et R le revenu.

## Partie 4 – Macroéconomie :

### Exercice d'application :

Extrait les informations suivantes des comptes nationaux d'un pays nommé "Delta" pour l'année 1997 (les évaluations sont faites aux prix courants en Milliards d'unités monétaires) :

Formation brute de capital fixe (FBCF) = 1 400	Importations (M) = 1 850
Variation de stocks ( $\Delta S$ ) = -50	Subventions (SUBV) = 50
Consommation finale (CF) = 6 500	Exportations (X) = 2 000
Valeur ajoutée brute (VAB) = 7 450	

1) Calculez les indicateurs suivants : (i) le montant des impôts (IP97) ; (ii) le Produit Intérieur Brut (PIB97) ; (iii) la demande intérieure (DI97) et (iv) le Solde Extérieur (SE97).

2) Quel diagnostic peut-on porter sur le commerce extérieur de "Delta" ?

IP